Sara María Velásquez López

alianza

7 Aventuras matemáticas

Para Docentes

El programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad, nodo Suroeste, es una iniciativa interinstitucional donde fundaciones empresariales y entidades del sector público se unen para fortalecer la calidad de la educación y lograr mejoramiento en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los niños, las niñas y los jóvenes del departamento de Antioquia mediante un proceso integral que involucra los tres niveles del servicio educativo: Gestión del Aula, Gestión Institucional y Gestión del Contexto.

Aliados nodo Suroeste
Fundación Celsia, Fundación Dividendo por Colombia, Fundación Fraternidad Medellín, Fundación Nutresa, Fundación Proantioquia, Municipio de Jericó, Municipio de Támesis, Municipio de Tarso, Municipio de Titiribí y Municipio de Venecia.

Dirección Técnica del programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA -

Dirección editorial
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA -

Autora
SARA MARÍA VELÁSQUEZ LÓPEZ
Coordinadora Pedagógica estrategia de matemáticas
Programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA -

Colaboradora
JULIANA ANDREA ZAPATA MONTOYA
Profesional de Apoyo estrategia de matemáticas
Programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA-

Validación de contenidos
GILBERTO OBANDO ZAPATA
Jefe Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia

Corrección de estilo
CATALINA GUZMÁN

Ilustraciones, diseño y diagramación
DUALL MCM
www.duall.me

Impresión
IMPRESOS BEGÓN S. A. S.

Cítese como
Velásquez López, S.M. (2015). *7 aventuras matemáticas para docentes.* Medellín, Colombia: CTA.

Sello editorial CTA
ISBN: 978 – 958 -8470 -29 -0
Primera edición
Medellín, Antioquia
Octubre de 2015

Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA
SANTIAGO ECHAVARRÍA ESCOBAR
Director

FRANCISCO MAYA LOPERA
Director Línea de Educación

GIOVANNI LÓPEZ
Coordinador Área Gestión Escolar y TIC
Línea de Educación

MARLEN MONSALVE ORREGO
Líder programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad - Línea de Educación

Presentación

El libro **«7 aventuras matemáticas para docentes»** se presenta como un ejercicio riguroso y juicioso de creación de contenidos pedagógicos que nace de la experiencia de su autora y de la clara orientación del Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA-, de generar procesos, herramientas y metodologías que faciliten la apropiación social del conocimiento entre los beneficiarios acompañados en diferentes territorios.

Como parte de los esfuerzos de la Línea de Educación del CTA y específicamente del programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad, se entrega a los maestros esta publicación que recoge siete talleres que responden a los estándares y a las competencias establecidas por el Ministerio de Educación Nacional y que van en concordancia con la formación que ellos reciben por parte del programa Alianza durante las jornadas pedagógicas de la estrategia de matemáticas.

La estructura de los siete talleres se asemeja a la expuesta en el libro **"4^2 aventuras matemáticas para docentes"**: cada uno consta de Guía para el docente y Guía para el estudiante. En la Guía para el docente pueden encontrarse las consideraciones pedagógicas y didácticas para una buena orientación de la actividad matemática en el aula; la Guía para el estudiante, por su parte, propone una serie de tareas ya sean juegos o problemas que acercan a los niños y a los jóvenes a un objeto de conocimiento propio de esta área del saber.

La transferencia de metodologías de alto valor es una de las acciones que nos define como una organización de conocimiento. A los maestros no solo les entregamos un libro, les transferimos nuestra experiencia en el campo de las matemáticas en Básica Primaria y Secundaria, metodología probada durante varios años en algunos municipios del oriente y del suroeste antioqueños. Conocimiento que ha ido evolucionando y adaptándose a las necesidades del entorno, a los cambios en las mediciones académicas (pruebas) y en la desmitificación de las matemáticas como un área rígida, aburrida y difícil. Esta publicación es una invitación a redefinir nuestros imaginarios sobre las matemáticas y acercarnos a ellas a través del juego y del aprender haciendo.

Francisco Maya Lopera
Director Línea de Educación
Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

PRÓLOGO

Tener materiales para el docente, y de buena calidad, es una necesidad urgente en nuestros días y a la vez una condición necesaria para mejorar la calidad del aprendizaje de nuestros estudiantes. Y eso es precisamente lo que encontramos en este volumen que compila los talleres de matemáticas que la Alianza por la Educación con Calidad y Equidad ha implementado, tanto en el trabajo de aula con los estudiantes como en los procesos de formación docente en diferentes instituciones educativas del departamento de Antioquia.

Los talleres de esta publicación están organizados en dos partes: la primera en la **FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA Y DIDÁCTICA** de las tareas propuestas a los estudiantes, son consideraciones mínimas dirigidas al docente para una mejor orientación de la actividad matemática en el aula (Guía para el docente), y la segunda, en las **TAREAS** que los niños y jóvenes desarrollan a partir de los parámetros dados por sus maestros (Guía para el estudiante).

Cada una de las tareas incluidas en los siete talleres responden a los referentes de calidad del Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias), además, son el resultado de un cuidadoso diseño en el que un conjunto de recursos pedagógicos (físicos y simbólicos) son entregados a los maestros para que promuevan en sus estudiantes el aprendizaje de ciertos objetos de conocimiento en el curso de la actividad matemática que implica realizar los juegos o resolver los problemas propuestos en las tareas.

Así pues, esta compilación de talleres es una invitación al maestro a profundizar en algunos aspectos conceptuales y metodológicos que actualmente se han desarrollado desde la educación matemática, son también un punto de partida para la creación de materiales pedagógicos de calidad, bien sea a través de la adaptación de las tareas sugeridas en cada taller (para usarlas en otros grados, con otros niveles de complejidad, etc.), o en el diseño de nuevos talleres siguiendo el modelo teórico y metodológico que propone la estrategia de matemáticas del programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad.

GILBERTO OBANDO ZAPATA
Jefe Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Índice

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

ANEXO

[Estándares por taller]

[Estándares por pensamiento]

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

TALLER No 1

DESCOMPONIENDO

GUÍA PARA EL DOCENTE

$7 = 4 + 3$

$7 = 2 + 2 + 2 + 1$

T1

Con las dos tareas que le dan forma a este taller se busca que los estudiantes afiancen sus estrategias de composición y descomposición numérica para la solución de problemas. La primera es un juego por equipos llamado "Tablero de colores", la segunda se titula "Dibujo operando" y es de trabajo individual.

En esta guía solo se dan las orientaciones didácticas. Previo a su lectura se le recomienda al docente estudiar la **GUÍA PARA EL ESTUDIANTE** ya que en ella se detalla el paso a paso de cada tarea.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

TAREA No1. JUEGO "TABLERO DE COLORES"

1. El tablero de este juego contiene de manera intencionada los números del 0 al 10; el cero para que los niños lo usen como un sumando que no modifica el número inicial, de tal modo que se vayan acercando al concepto de **ELEMENTO NEUTRO** de la suma; la inclusión del número 10 busca propiciar descomposiciones en decenas (y un excedente que no completa la decena) para los números del 11 al 19.

2. Si bien el objetivo del juego es la descomposición de un número en el mayor número de sumandos, también se pueden proponer variantes interesantes que permitan promover reflexiones sobre la conmutatividad de la suma, en cuyo caso se limita el número de sumandos a dos. Con esta modificación, la forma como los niños escriban las sumas sirve para orientar la discusión sobre la importancia o no en el orden de los sumandos que conlleva a la **PROPIEDAD CONMUTATIVA**. Es importante hacerles preguntas en torno a las diferentes maneras que existen de escribir cada uno de los números propuestos en los dados (del 2 al 19) y llevar registro de lo encontrado, por ejemplo:

NÚMEROS QUE APARECEN EN LAS CARAS DE LOS DADOS

2	3	4	5	6	...	9
2 = 2 + 0 2 = 1 + 1 2 = 0 +	3 = 3 + 0 3 = 2 + 1 3 = 1 +	4 = 4 + 0 4 = 3 + 1 4 = 2 +	5 = 5 + 0 5 = 4 + 1 5 = 3 + 2 5 = 2 +	6 = 6 + 0 6 = 5 + 1 6 = 4 + 2 6 = 3 + 3 6 = 2 + 4 6 = 1 + 5 6 = 0 + 6		
3 formas	4 formas	5 formas	6 formas	7 formas	...	¿CUÁNTAS?

Si se observa con atención la tabla anterior, es posible encontrar regularidades en la descomposición de cada número, algunas de ellas son: el número de formas aumenta en uno para números consecutivos, el número de formas es el número a descomponer más uno. Las preguntas que realice el maestro permitirán que sean los estudiantes quienes lleguen a estas conclusiones a partir de la observación. Conviene además enfatizar con preguntas en lo que implica que uno de los sumandos sea cero, así como en el orden de los mismos.

Al concentrar el análisis en las diferentes formas para un mismo número se aprecia una variación: mientras que el primer sumando disminuye, el segundo aumenta. ¿Por qué esas parejas suman 4? ¿Qué pasa con la cantidad que pierde el primer sumando?

4 = 4 + 0
4 = 3 + 1
4 = 2 + 2
4 = 1 + 3
4 = 0 + 4

3 Una vez los estudiantes estén de acuerdo con estas expresiones se les plantean otro tipo de igualdades y se les pregunta si están de acuerdo y por qué:

$$3 + 1 = 2 + 2$$
$$5 + 4 = 6 + 3$$
$$15 + 2 = 16 + 1$$

Con los ejercicios sugeridos en este ítem y el anterior se promueven aspectos muy importantes desde el pensamiento variacional, algunos que destaca Molina (2009) son: uso de un lenguaje horizontal propio del álgebra; interpretación bidireccional de las igualdades; consideración de expresiones aritméticas desde un punto de vista estructural, alejando la atención del resultado de las operaciones expresadas; concepción de las expresiones como totalidades que pueden ser comparadas, igualadas, transformadas; exploración, identificación y descripción de patrones y relaciones sobre los números y las operaciones, primeros pasos en el proceso de generalización.

4 Al aplicar la tarea es posible que algunos estudiantes presenten descomposiciones, por ejemplo, como **18=1+8**, en la que se asume que la descomposición del número es separar las cifras de su escritura en el sistema de numeración decimal, por lo que es importante contar con algún tipo de material concreto, como una colección de objetos (tapitas, botones), a partir del cual reflexionar sobre la diferencia entre descomponer un número en dos o más cantidades (sumandos) y descomponer el numeral en las cifras usadas en su notación escrita.

5 Dependiendo de las necesidades del maestro y el nivel de los estudiantes, esta tarea es susceptible de modificarse así:

- Agregar un dado que indique el número de sumandos en el que se debe descomponer el número.
- Aumentar el rango de números e incluir las centenas.

- Incorporar un tercer dado con los signos +,-,× ; lanzar dos dados marcados con números y el tercer dado con signos, realizar la operación indicada, y buscar en el tablero el número respuesta o los sumandos necesarios para expresarla.
- Encontrar dos o más números en el tablero que al multiplicarlos den el resultado que marca el dado.
- Encontrar en el tablero dos números que al restarlos den el resultado que marca el dado.

Tarea No2. "Dibujo operando"

1 Desde los primeros años de escolaridad los niños se encuentran en capacidad de enfrentar tareas orientadas al desarrollo de su pensamiento variacional. Esta tarea, además de trabajar la composición numérica, los reta desde la aritmética a la solución de ecuaciones del tipo $\boxed{} + 3 = 20$

El recuadro no tiene valor en sí mismo, simplemente indica que allí hay un número desconocido, es un indicador de un símbolo matemático con valor numérico que puede combinarse con números y con otros símbolos como +. En situaciones posteriores, el recuadro se reemplaza por letras del alfabeto (Socas, Camacho, Palarea & Hernández, 1996).

La sugerencia es trabajar esta tarea con niños de segundo grado en adelante, siendo conscientes de que aún en este nivel será un ejercicio de dificultad para algunos de ellos. Por ejemplo, es común que completen el recuadro de la ecuación $\boxed{} + 3 = 20$ con el número 23 porque su tendencia es sumar los números que ven sin establecer la **relación de jerarquía** necesaria para interpretar la ecuación. Kamii (2000) plantea que esa relación de jerarquía para interpretar la ecuación requiere que el pensamiento del niño funcione simultáneamente en dos direcciones: que pueda pensar en las partes (17 y 3) y en el todo (20), así como en las partes y el todo simultáneamente.

2 Esta clase de tareas promueven la escritura horizontal, por lo general ausente en las aulas de clase, y de gran importancia en el desarrollo del pensamiento. Así mismo, al plantear ejercicios que involucran la suma y la resta se busca que los niños lleguen a concluir que **LA RESTA ES LA OPERACIÓN INVERSA DE LA SUMA Y LA SUMA LA OPERACIÓN INVERSA DE LA RESTA.**

3 Antes de entregar la tarea a los niños se propone que el maestro los motive haciendo la interpretación de un "mago" que tiene la capacidad de adivinar los números que ellos piensan. Los ejercicios "piensa un número" han de ser muy simples, de manera que el estudiante no tenga que recurrir a la escritura, solo al cálculo mental, así:

PIENSA UN NÚMERO, PERO NO ME LO DIGAS,

→ súmale 5,

→ súmale 3,

→ réstale 8, ¿CUÁNTO TE DIO?

¡ESE ES EL NÚMERO QUE PENSASTE INICIALMENTE!

A medida que va planteando más ejercicios, combina la expresión oral con la escritura de símbolos en el tablero:

PIENSA UN NÚMERO $\square$

→ Súmale 5 $\square + 5$

→ Súmale 3 $\square + 5 + 3$

→ Réstale 8 $\square + 5 + 3 - 8$

¿CUÁNTO TE DIO? $\square + 5 + 3 - 8 =$

4 Es importante variar la ubicación del recuadro dentro de la expresión aritmética. Cuando se conserva el lugar (ya sea en el primer sumando, segundo o como resultado de la adición) existe la tendencia en los estudiantes de mecanizar el proceso. Tanto la versión uno como la dos de la tarea "Dibujo operando" presenta situaciones que combinan las tres posibles posiciones del recuadro en la expresión, por ejemplo:

$\square + 6 = 10$	Para encontrar el valor se debe **restar 10 – 6.**
$12 + \square = 15$	La operación no varía porque **SIGUE SIENDO UNA SUMA LO QUE APARECE ANTES DEL SIGNO IGUAL**, por tanto se encuentra con la **resta : 15 – 12.**
$4 + 3 = \square$	El recuadro se completa con el resultado de la suma.

En la versión 2 aumenta el nivel de dificultad porque los números superan la centena y se combinan ejercicios de suma y resta, incluso, cuando la operación indicada antes del igual es una resta, encontrar el valor que va en el recuadro implica operaciones distintas dependiendo de la ubicación de este, así:

$\square - 54 = 61$	Para encontrar el valor es necesario **sumar : 61 + 54.**
$96 - \square = 50$	En este caso la operación que se realiza es una **resta : 96 – 50.**

REFERENCIAS

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. PNA, 3(3), 135-156. Recuperado de: http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/3475/1/Molina2009Una.pdf

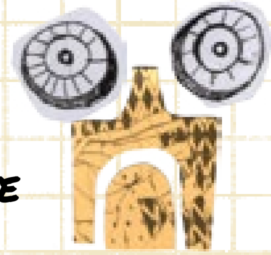
Socas, M., Camacho, M., Palarea, M., & Hernández, J. (1996). Iniciación al álgebra. Madrid. Editorial Síntesis.
El juego "Tablero de colores" está basado en una aplicación recuperada de:

http://www.educa.jcyl.es/educacyl/cm/zonaalumnos/tkPopUp?pgseed=1184874432279&idContent=31510&locale=es_ES&textOnly=false

TALLER Nº 1

DESCOMPONIENDO

GUÍA PARA EL ESTUDIANTE



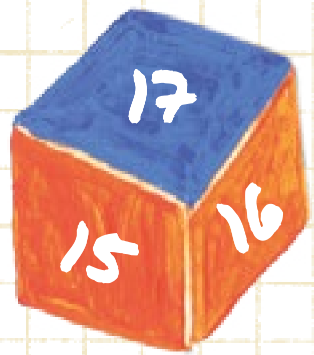
¿Alguna vez has desbaratado un carro o una muñeca?, después de hacerlo, ¿Los construyes de nuevo? ¿O tal vez has jugado con un rompecabezas o Lego a armar y desarmar una cantidad increíble de cosas? En este taller te invitamos a desbaratar y construir, a ¡Descomponer y componer!

Las piezas de tu rompecabezas serán los números y podrás descomponerlos en tantos como quieras, por ejemplo:

$7 = 4 + 3$ PERO TAMBIÉN $7 = 2 + 2 + 2 + 1$

Lee con atención las tareas que te proponemos y disfruta jugando con ellos.

Lo que comprenderás



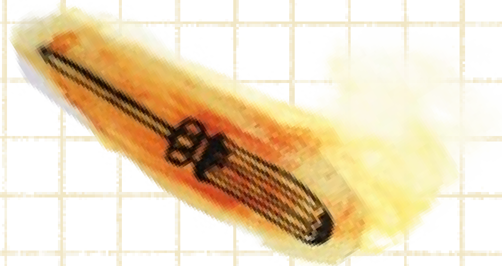
- Representarás de diferentes formas un mismo número (concepto de descomposición numérica).
- Afianzarás los conceptos de suma y resta.
- Encontrarás estrategias para descubrir el número que hace falta en una expresión aritmética, ya sea mediante el uso del tanteo o la inversa de una operación dada.
- Identificarás la noción de equivalencia entre expresiones numéricas.

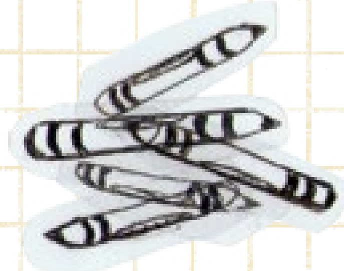
T1

Lo que debes explorar y experimentar

Tarea Nº1. Juego "Tablero de colores"

Este ejercicio se propone para grupos de 4 estudiantes, organizados en parejas. A cada pareja se le asigna un color que la identifica durante el tiempo que dure el juego.



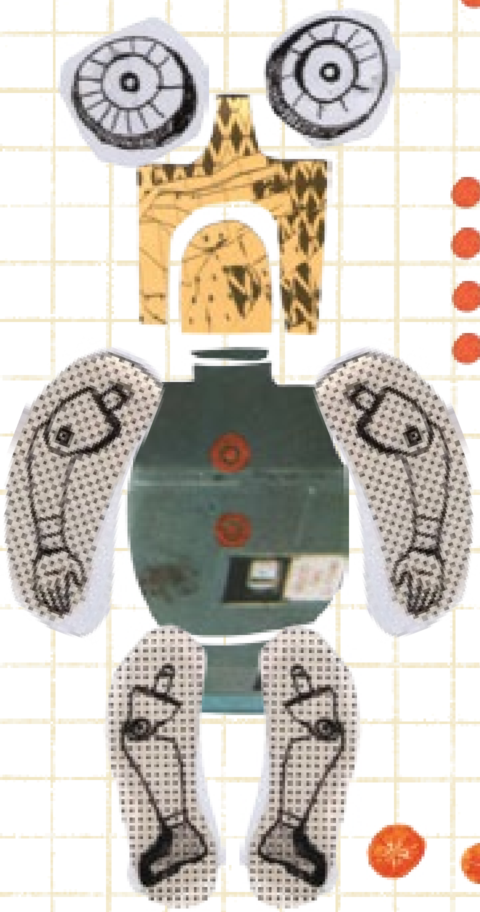


Los materiales

- 3 dados marcados con los números del 2 al 19

  Dado N° 1: 2, 3, 4, 5, 6, 7;
  Dado N° 2: 8, 9, 10, 11, 12, 13;
  Dado N° 3: 14, 15, 16, 17, 18, 19

- Un tablero de 100 casillas con los números del 0 al 10.
- Tabla de registro.
- Una bolsa oscura
- 2 crayolas de diferentes colores, una por pareja.



$17 = 2 + 4 + 7 + 4$

0	2	5	3	7	1	6	8	0	4
4	8	6	2	9	7	3	10	6	3
7	1	10	4	1	0	5	2	9	6
2	0	9	7	4	3	10	6	1	0
6	10	0	1	8	5	1	4	8	2
8	9	2	4	10	2	3	8	4	5
10	2	8	5	3	7	9	0	1	7
5	1	4	6	9	10	2	9	10	3
6	7	10	0	9	4	3	5	8	5
3	7	5	8	1	9	6	7	0	10

Objetivo:

Pintar la mayor cantidad de casillas del tablero de un mismo color. ¿Quién gana? **¡La pareja cuyo color aparezca más veces!**

REGLAS:

- Introducir en la bolsa oscura los tres dados.
- Por turnos, cada pareja saca un dado de la bolsa y lo lanza, acto seguido **DESCOMPONE EL NÚMERO OBTENIDO EN DOS O MÁS SUMANDOS.** Por ejemplo: la pareja de turno saca de la bolsa el dado N°3 y al lanzarlo cae el número 17, toman la crayola con el color que los identifica y pintan en el tablero los números 2, 4, 7 y 4, ya que $17 = 2 + 4 + 7 + 4$; otra opción sería pintar los números 9 y 8 porque $17 = 9 + 8$. ¡Existen muchas posibilidades!
- Los números pueden elegirse en cualquier parte del tablero, no tienen que estar juntos.
- Es necesario llevar registro de cada jugada. Se sugiere hacer una tabla en el cuaderno como la siguiente:

TABLA DE REGISTRO

PAREJA N°1			PAREJA N°2		
NÚMERO QUE MARCA EL DADO	SUMANDOS ELEGIDOS	TOTAL DE SUMANDOS (O CASILLAS PINTADAS) PAREJA No 1	NÚMERO QUE MARCA EL DADO	SUMANDOS ELEGIDOS	TOTAL DE SUMANDOS (O CASILLAS PINTADAS) PAREJA No 2
17	2 + 4 + 7 + 4	4			
TOTAL DE SUMANDO PINTADOS		4	TOTAL DE SUMANDO PINTADOS		

Al finalizar el juego cada pareja suma los números ubicados en la columna sombreada: “Total de sumandos Pareja...”. Ganará la pareja que obtenga el número mayor, en otras palabras, ¡la pareja que haya pintado la mayor cantidad de casillas en el tablero!

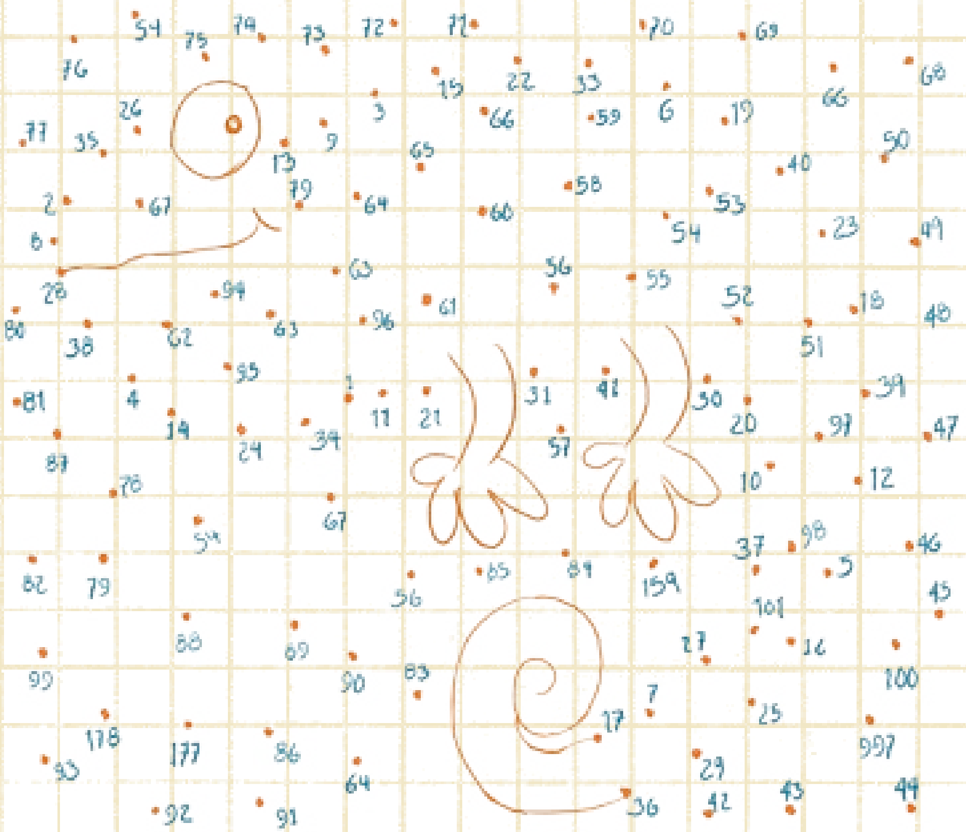
alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

TABLERO DE COLORES

0	2	5	3	7	1	6	8	0	4
4	8	6	2	9	7	3	10	6	3
7	1	10	4	1	0	5	2	9	6
2	0	9	7	4	3	10	6	1	0
6	10	0	1	8	5	1	4	8	2
8	9	2	4	10	2	3	8	4	5
10	2	8	5	3	7	9	0	1	7
5	1	4	6	9	10	2	9	10	3
6	7	10	0	9	4	3	5	8	5
3	7	5	8	1	9	6	7	0	10

Tarea No2. "Dibujo operando"

Los materiales → Tablero: "Dibujo operando".
→ Lápiz y colores.

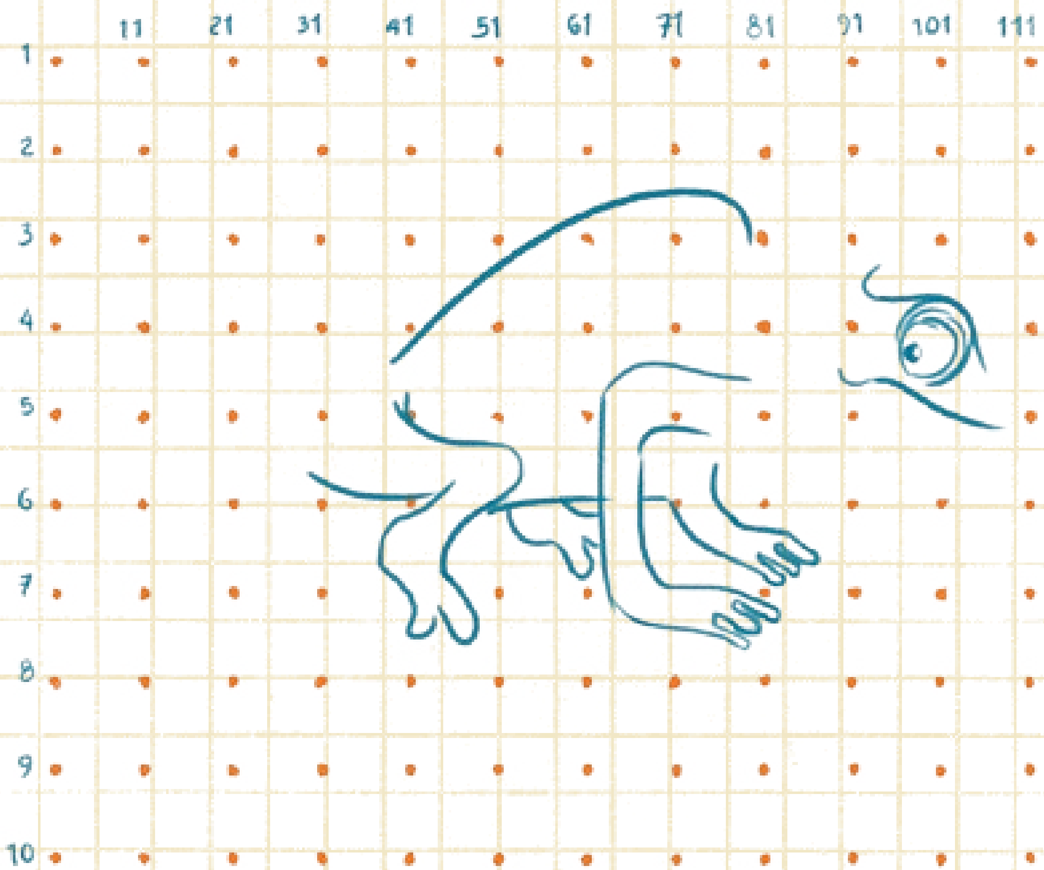


1. 3 + ___ = 20
2. 4 + 3 = ___
3. 2 + ___ = 29
4. ___ + 1 = 38
5. 5 + ___ = 15
6. ___ + 1 = 21
7. 29 + 1 = ___
8. 1 + ___ = 42
9. 1 + ___ = 32
10. 18 + 3 = ___
11. 3 + ___ = 14
12. 1 + 0 = ___
13. 2 + ___ = 36
14. ___ + 1 = 25
15. 1 + ___ = 15
16. ___ + 6 = 10
17. ___ + 1 = 39
18. ___ + 1 = 29
19. 2 + ___ = 10
20. 1 + 1 = ___
21. 1 + ___ = 36
22. 4 + ___ = 30
23. ___ + 1 = 14
24. 2 + 7 = ___
25. 12 + ___ = 15
26. ___ + 2 = 17
27. 2 + ___ = 24
28. 31 + 2 = ___
29. ___ + 3 = 9
30. 2 + 17 = ___
31. ___ + 2 = 42
32. 2 + ___ = 25
33. 1 + ___ = 19
34. 38 + 1 = ___
35. ___ + 2 = 14
36. 5 + ___ = 10
37. 3 + ___ = 19
38. 20 + 5 = ___
39. ___ + 1 = 30
40. 2 + ___ = 38

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

DIBUJO OPERANDO (VERSIÓN 2)

En cada rectángulo vacío va un número que corresponde a un punto del tablero, cuando resuelvas cada ejercicio ubica el número del recuadro en el tablero y une los puntos de manera consecutiva ¿Qué imagen se forma?



1. 11 + ___ = 87
2. ___ + 2 = 87
3. 200 - ___ = 94
4. ___ - 54 = 61
5. 24 + ___ = 137
6. 137 - 34 = ___
7. 45 + ___ = 137
8. ___ - 22 = 61
9. 90 - ___ = 19
10. 13 + 48 = ___
11. ___ + 24 = 66
12. 42 + ___ = 66
13. 22 - 14 = ___
14. 13 + ___ = 22
15. ___ - 15 = 5
16. 118 - ___ = 48
17. 5 + 14 = ___
18. 13 + ___ = 31
19. ___ + 5 = 31
20. 96 - ___ = 50

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Taller No2

Números Des-compuestos

Guía para el docente

Este taller se compone de tres tareas que le dan continuidad a uno de los ejes temáticos iniciados en el taller **N°1: "Descomponiendo"**, este es la **composición y descomposición aditiva**. A continuación se describe cada una de ellas y posteriormente se dan algunas orientaciones didácticas sobre su implementación en el aula.

Sobre las tareas...

El nombre asignado al taller **"Números des-compuestos"** está relacionado con la lotería propuesta en la tarea N°3; sin embargo, previo a ella se sugiere trabajar con los estudiantes dos ejercicios en los que se les brinde la oportunidad de descomponer y componer números partiendo de situaciones contextualizadas como el manejo del dinero. En estas tareas se abarcan cantidades superiores a las de la lotería, es el docente quien debe elegir las monedas y billetes que utilizará de acuerdo a sus intereses y al nivel de sus estudiantes.

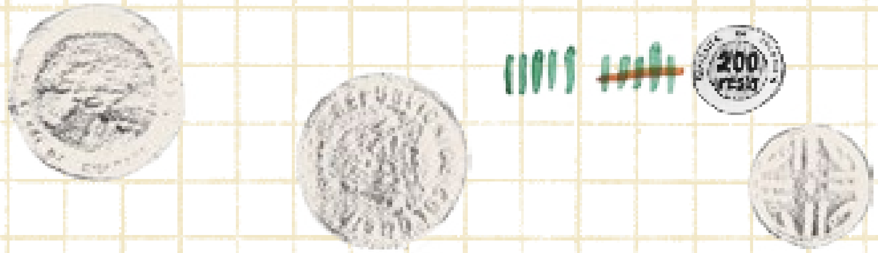
Los materiales necesarios para el desarrollo de las tres tareas aparecen en la **Guía para el estudiante.**

Tarea No1. Monedas y billetes

Materiales

- Billetes de
  $ 1000, $ 2000, $ 5000 y $ 10000.
- Monedas de
  $ 50, $ 100, $ 200, $ 500 y $ 1000.
- 25 cartas, 5 con cada valor:
  $ 500, $ 1000, $ 2000, $ 5000 y $ 10000.

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD



Reglas del juego:

El grupo de estudiantes se divide en equipos de 3 o 4 jugadores.

- A cada jugador se le entrega la siguiente cantidad de billetes y monedas:

Cantidad	Billete
10	$ 1000
6	$ 2000
2	$ 5000
2	$ 10000

Cantidad	Moneda
10	$ 50
10	$ 100
10	$ 500
10	$ 1000

- En el centro de la mesa se ubican boca abajo, después de mezclarse, las 25 cartas marcadas con los valores **$ 500, $ 1000, $ 2000, $ 5000 y $ 10000.**

- Un jugador por ronda es el encargado de poner boca arriba una carta del centro de la mesa. Cada uno debe "armar el precio con billetes y monedas de tres formas diferentes". Por ejemplo, si la carta es **$ 2000**, se podría armar con 2 billetes de **$1000**, 1 billete de **$ 1000** y 2 monedas de **$ 500**, etc. No se permite utilizar un único billete o moneda, es necesaria la descomposición del valor consignado en la carta.

- El jugador que termine primero dice: **"DESCOMPUESTO"**, y los demás participantes interrumpen su tarea cuando terminen de organizar la descomposición en la que estén trabajando en el momento. En todo caso, cada jugador debe tener al menos una forma de descomposición de la cantidad marcada en la tarjeta.

Tomado y adaptado de: Agrasar, M. Chara, S. (2004). Juegos en matemática EGB1. El juego como recurso para aprender. Material para docentes. pp 15-19.

- Entre todos los jugadores deben revisar las diferentes representaciones propuestas y asignar puntajes así:
  - Por cada forma de descomposición original, es decir que no la hizo ninguno de sus compañeros, el jugador recibe 10 puntos.
  - Si una misma forma de descomposición es realizada por 2 jugadores, cada uno de ellos recibe 5 puntos.
  - Si una misma forma de descomposición es realizada por 3 jugadores, cada uno de los que tienen dicha forma de descomposición obtiene 2 puntos.
  - Si una misma forma de descomposición es realizada por más de 3 jugadores, ningún jugador recibe puntos por dicha forma de descomposición.
- Se juega el número de rondas que el docente considere necesarias, gana quien al final de las rondas haya acumulado el mayor puntaje.

Tarea No2. Des-compuesto

Empleando los mismos materiales de la tarea 1, el docente le propone a los estudiantes descomponer de todas las formas posibles las cantidades consignadas en las cartas del juego: $ 500, $ 1000, $ 2000, $ 5000 y $ 10000, y registrarlas en una tabla. Es conveniente diligenciar una tabla como esta por cada valor:

	Billetes				Monedas				
	$ 1000	$2 000	$ 5000	$ 10000	$ 50	$ 100	$ 200	$ 500	$ 1000
Valor									
$ 500									

Tarea No3. Lotería "Números des-compuestos"

Esta lotería se trabaja en equipos de 4 estudiantes, a cada uno le corresponde un tablero con 12 números que pueden o no estar escritos a partir de dos sumandos. Estos sumandos aparecen ya sea en sus unidades de orden o en la misma unidad, por ejemplo:

$$15\ U = 1\ D + 5\ U \text{ ó } 15\ U = 10\ U + 5\ U$$

En una bolsa se introducen las 48 fichas y por turnos las van cantando. Cuando uno de los jugadores canta, todos revisan en sus tableros si tienen la equivalencia, que puede ser con una descomposición de dicho número o la composición del mismo, así:

Composición

Ficha que se canta	Equivalencia en el tablero
2 D + 1 U	21 U

Descomposición

Ficha que se canta	Equivalencia en el tablero
25 U	2 D + 5 U

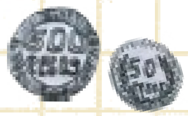
Gana quien complete todas las fichas de su tablero.

Importante: el maestro debe enfatizar en la lectura de las letras que aparecen en las fichas de tal forma que se enuncie su significado y no la letra como tal; es decir, **2D+1U** se lee: dos **"Decenas"** más una **"Unidad"**, y no: dos **"D"** más una **"U"**.

Orientaciones didácticas

Tarea Nº1. Monedas y billetes

Durante el juego los estudiantes descomponen los valores consignados en las cartas haciendo uso de las monedas y los billetes que les fueron asignados; se sugiere que en una fase posterior el docente les solicite escribir la solución, ante lo cual plantearán estrategias que pueden ir desde el dibujo de las monedas y los billetes, hasta el surgimiento de las operaciones básicas de suma y multiplicación en las que incluirán o no los signos, por ejemplo:

Cantidad a descomponer	Propuesta Nº1	Propuesta Nº2	Propuesta Nº3	Propuesta Nº4	Propuesta Nº5	Propuesta Nº6
$ 550 "Quinientos cincuenta"				100 100 100 100 100 50	200 + 200 + 100 + 50	2 x 200 + 100 + 50

Dependiendo del nivel de escolaridad con el que se trabaje la tarea podrán observarse algunas de las propuestas anteriores, ya que a medida que avanzan en este juego van descubriendo los aspectos aditivos y multiplicativos de nuestro sistema de numeración. Sin embargo, independientemente de la cantidad de posibles respuestas obtenidas en este tipo de ejercicios, es importante que se discuta con los estudiantes las características de los mismos, las similitudes y diferencias entre unos y otros, y sobre todo, que se discuta la eficacia de unos sobre otros.

Como una variante del juego está la de incorporar restricciones a la cantidad de billetes y monedas a emplear para la descomposición de los valores establecidos en las cartas.

Tarea N°2. Des-compuesto

Con esta tarea que puede ser previa al juego de la tarea N°1, los estudiantes adquieren destrezas a la hora de descomponer aditivamente cualquier valor.

En un espacio de reflexión posterior al trabajo individual (o grupal), se exponen las diferentes formas encontradas para la descomposición de las 5 cantidades señaladas en las cartas: $ 500, $ 1000, $ 2000, $ 5000 y $ 10000, y en conjunto se construye un registro tabular y/o gráfico que dé cuenta de los resultados. ¿Para cuáles valores hay mayor número de posibilidades? ¿Por qué?

Este tipo de ejercicios permite que los estudiantes avancen en la descomposición de valores empleando la menor cantidad de billetes y monedas, la cual es única, una vez que se establecen los valores de billetes y monedas en juego.

Tarea N°3.
Lotería "Números des-compuestos"

Los números a componer o descomponer en esta lotería no superan la centena, se hace especial énfasis en la partición única, es decir, en la descomposición de números a partir de las unidades del sistema de numeración decimal en que se componen, por ejemplo:

3

88 = 80 + 8

ó

88 = 8 D + 8 U (se lee: 8 decenas + 8 unidades)

ó

88 = 8 U + 8 D (se lee: 8 unidades + 8 decenas)

Si bien esta es la descomposición más trabajada en las aulas de clase, el docente puede adaptar la propuesta con ejercicios que involucren la descomposición múltiple, así:

$$88 = 46 + 42\ ;\ 88 = 10 + 10 + 68 \text{ ETC.}$$

Es importante resaltar que en la lotería se plantean composiciones y descomposiciones en las que más allá del énfasis en el valor posicional de las cifras en un numeral, lo que se persigue es la comprensión de las unidades del sistema, por lo que el orden de los sumandos no tiene importancia alguna, de ahí que el estudiante encuentre cartas con el orden invertido, así: 8U+8D.

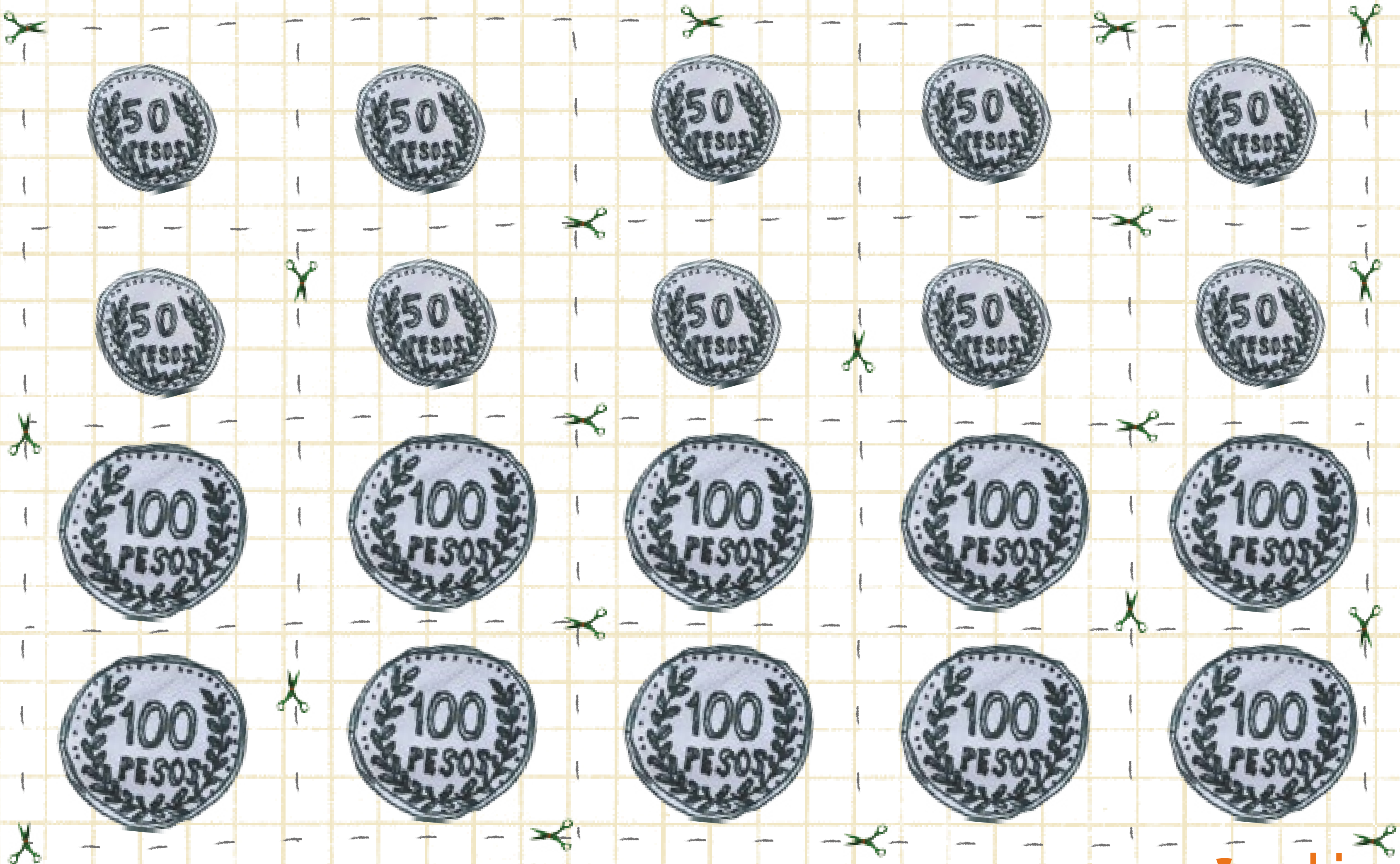
Referencias

Agrasar, M. Chara, S. (2004). Juegos en matemática EGB1. El juego como recurso para aprender. Material para docentes. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Buenos Aires, Argentina.

Obando, G., Vanegas, D., Vásquez, N. (2006). Módulo 1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.

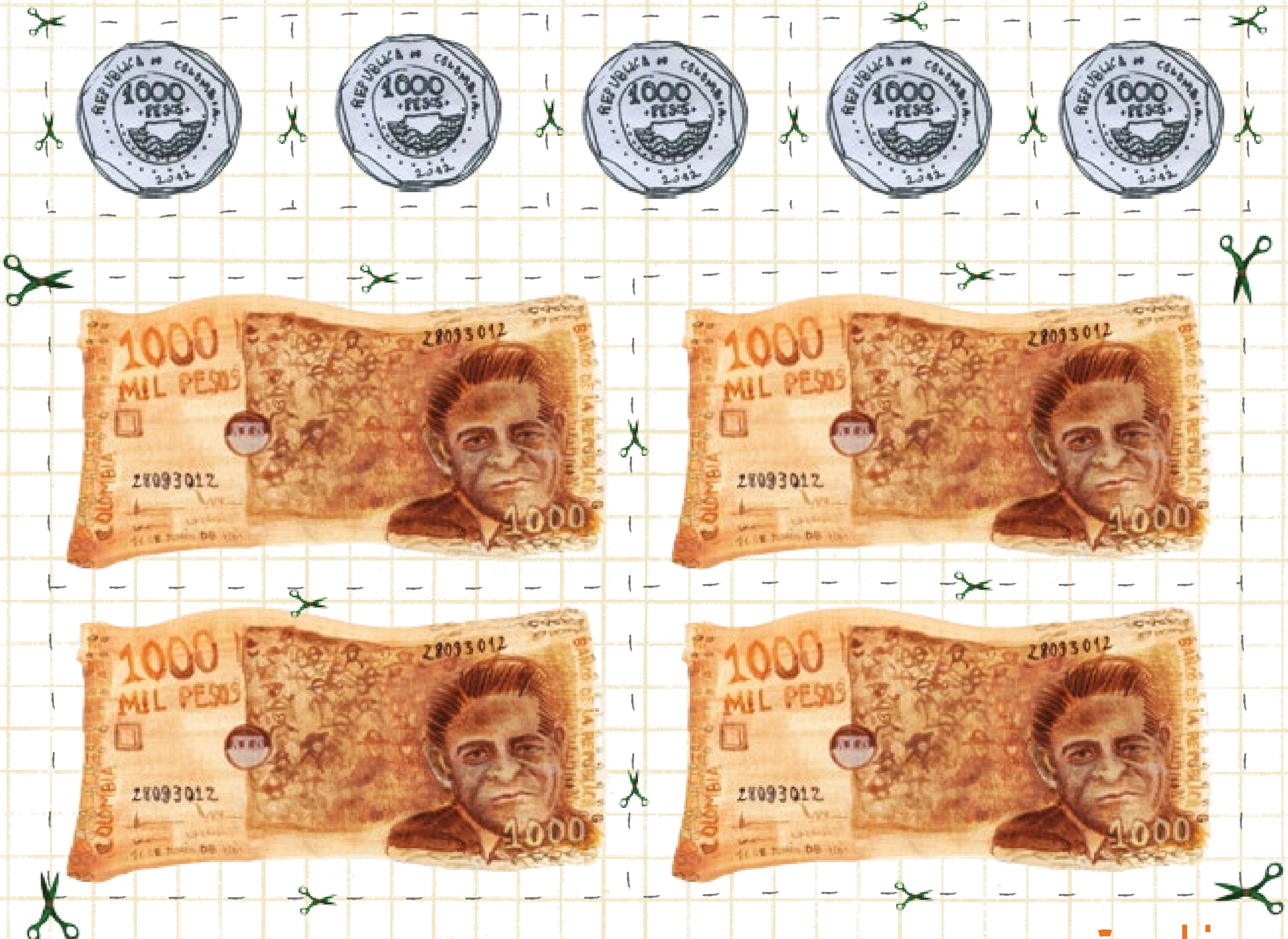
http://www.banrep.gov.co/es/-billetes-y-monedas

Material para las tareas Nº1 y 2: recorta por la línea punteada.



alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD


REPUBLICA DE COLOMBIA
200
PESOS
500
PESOS
REPUBLICA DE COLOMBIA
1000
PESOS


REPUBLICA DE COLOMBIA
1000
PESOS
1000
MIL PESOS
BANCO DE LA REPUBLICA
COLOMBIA
1000


1000
MIL PESOS


2000
DOS MIL PESOS


2000
DOS MIL PESOS


2000
DOS MIL PESOS


2000
DOS MIL PESOS


2000
DOS MIL PESOS


2000
DOS MIL PESOS


5000 BANCO DE LA REPUBLICA
CINCO MIL PESOS
COLOMBIA
5000


5000 BANCO DE LA REPUBLICA
CINCO MIL PESOS
COLOMBIA
5000


LA REPUBLICA
DIEZ MIL PESOS
10000
10000


LA REPUBLICA
DIEZ MIL PESOS
10000
10000

$500	$500	$500	$500	$500
$1000	$1000	$1000	$1000	$1000
$2000	$2000	$2000	$2000	$2000
$5000	$5000	$5000	$5000	$5000
$ 10000	$ 10000	$ 10000	$ 10000	$ 10000

Material para la tarea N°3: recorta por la línea punteada.

Números descompuestos

88u	1d	31u	2d
1d+2u	21u	10u+5u	80u+9u
70u+1u	10u+7u	5u+2d	19u

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

80u+8u	10u	1u+3D	20u
12u	20u+1u	15u	89u
71u	17u	25u	1D+ 9u

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

NÚMEROS DESCOMPUESTOS

32U	8U+1D	30U+4U	63U
1D+1U	40U+1U	70U	30U+9U
50U+8U	24U	6D	9D+7U

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

30U+2U	18U	34U	6D+3U
11U	41U	7D	39U
58U	4U+2D	60U	97U

NÚMEROS DESCOMPUESTOS

70U+8U	6D+7U	99U	28U
6D+4U	5D	4U	3D
72U	80U+7U	3U+1D	80U+2U

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

78U	67U	90U+9U	2D+8U
64U	50U	3U+1U	30U
2U+7D	87U	13U	82U

NÚMEROS DESCOMPUESTOS

40U	5D+9U	98U	20U+9U
5U+5D	70U+3U	4U+1U	31U
7U	8D+6U	10U+4U	3U+3D

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

4D	59U	90U+8U	29U
55U	73U	5U	1U+3D
4U+3U	86U	14U	33U

TALLER No3

LA FERIA DEL MÚLTIPLO

GUÍA PARA EL DOCENTE

Este taller está basado en la tarea "La canasta" propuesta por Obando et al. (2006). Su implementación en el aula puede darse en diferentes momentos del ciclo escolar ya que permite en los estudiantes el desarrollo de actividad matemática en relación con los números naturales o los números enteros, según se realicen algunas variantes en la forma de presentación de la tarea. A manera de ejemplo, en la siguiente tabla se plantean algunos objetivos de aprendizaje que se pueden favorecer en ellos:

OBJETIVOS DESDE EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS

NATURALES	ENTEROS
• Fortalecer habilidades de cálculo mental para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. • Reconocer relaciones entre números (mayor que, menor que). • Promover el planteamiento de operaciones como suma, multiplicación o la combinación de ambas para la solución de un problema.	• Acercarse a la noción de negatividad a partir de cantidades positivas y negativas. • Conceptualizar una de las propiedades básicas de los números enteros: cantidades opuestas iguales en valor numérico se anulan.

- Emplear estrategias de conteo múltiple.
- Promover el diseño de registros tabulares o gráficos para organizar información.
- Interpretar datos contemplados en tablas o gráficos.

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Tarea N°1: "La feria del múltiplo"

Este juego se asemeja a uno muy común en las ferias o eventos de barrio conocido como **"el sapo"** o **"la rana"**, y exige del participante puntería y precisión en los lanzamientos, y por supuesto, habilidad de cálculo a la hora de determinar el puntaje obtenido. Para la elaboración de la versión que aquí se propone, se requieren elementos sencillos y fáciles de conseguir. Es conveniente involucrar a los estudiantes en su elaboración porque eso mejora su comprensión de la estructura del juego, sus reglas y formas de jugarlo.

Materiales:

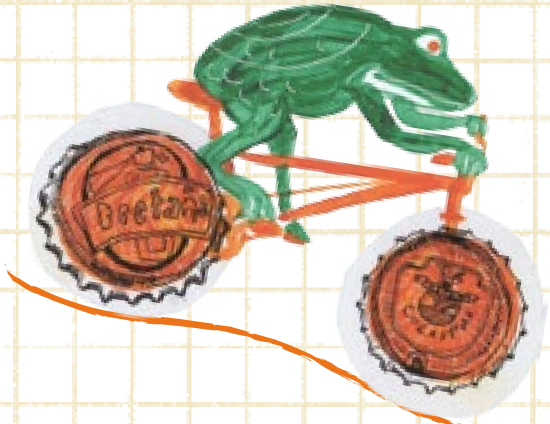
Por cada equipo de 4 estudiantes se entrega el siguiente material:

- 1 cartón de huevos vacío.
- Témperas o vinilos de 6 colores diferentes.
- Pinceles.
- 10 discos para lanzar (pueden ser las cuentas de un ábaco o tapas de gaseosa rellenas de plastilina).
- 4 tablas de registro, una por estudiante **(ver Guía para el estudiante)**.

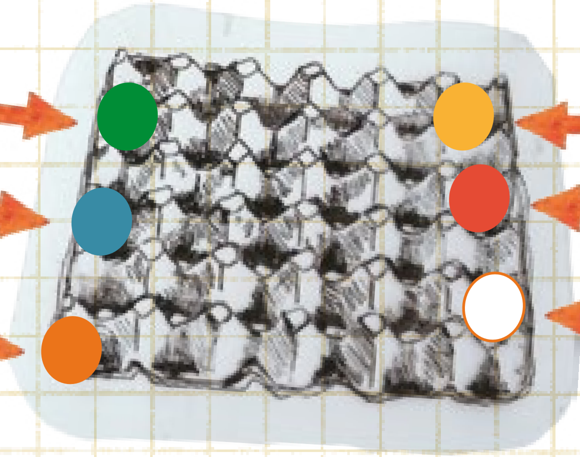
Preparación del cartón de huevos

1. Pintar cada una de las filas del cartón de huevos con un color diferente como se muestra en la gráfica: naranja, blanco, azul, rojo, verde y amarillo.

2. Asignar un valor a cada color, así:



Color	Valor
Amarillo	9
Verde	6
Rojo	5
Azul	4
Blanco	3
Naranja	2



Reglas del juego:

1. Los estudiantes de cada equipo se enumeran del 1 al 4 para acordar el orden de lanzamiento.

2. Ubican contra una pared la canasta de huevos dejando el color amarillo en el extremo, es decir, desde la posición de lanzamiento que tenga el estudiante el último color ha de ser el de mayor puntaje, en este caso, el amarillo.

3. Determinan el punto de lanzamiento de los discos, aproximadamente 10 o 15 pasos desde el extremo de la canasta.

4. Se realizan 5 rondas, en cada una rotan los 4 participantes.

5. Cada jugador, en su turno, lanza de forma sucesiva los 10 discos hacia la canasta. Una vez termina los lanzamientos, se acerca en compañía de los otros 3 integrantes para revisar la ubicación de los discos y registra en la tabla el puntaje obtenido **(VER GUÍA PARA EL ESTUDIANTE)**. Todos los compañeros deben estar de acuerdo con lo que se consigne en la tabla.

6. El ganador es el participante que obtiene el mayor puntaje pasadas las 5 rondas.

7. Se hace una ronda final con los ganadores de cada equipo para definir el ganador del salón.

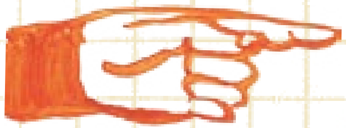
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

1. El docente inicia con un ejercicio demostrativo en el que aclara todos los aspectos relacionados con la ubicación del cartón, la distancia del lanzamiento, las reglas del juego y la puntuación de cada color. En esta primera parte es importante que les plantee interrogantes a los estudiantes en lo referente al diseño de estrategias para calcular el puntaje obtenido, entre las cuales pueden resultar situaciones como las siguientes, en las que no son necesarios los registros tabulares:

Después del lanzamiento de los 10 discos, 7 caen en el cartón distribuidos así: 3 en el color amarillo (9 puntos), 2 en el color rojo (5 puntos) y 2 en el color azul (4 puntos).

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

A Un estudiante propone realizar multiplicaciones para el total de cada color y posteriormente la suma:



AMARILLO	$3 \times 9 = 27$	puntuación en el color amarillo es 27
ROJO	$2 \times 5 = 10$	puntuación en el color rojo es 10
AZUL	$2 \times 4 = 8$	puntuación en el color azul es 8

Puntaje total: $27 + 10 + 8 = 45$

B Un segundo estudiante, bajo la misma situación, realiza el cálculo de la puntuación empleando conteos por color y luego suma los resultados parciales para obtener el puntaje total:

AMARILLO	9, 18, 27.	Puntuación en el color amarillo es 27
ROJO	5, 10.	Puntuación en el color rojo es 10
AZUL	4, 8.	Puntuación en el color azul es 8

Puntaje total: $27 + 10 + 8 = 45$

2 En este taller, la asignación de puntajes para cada color no es al azar, los valores seleccionados: 9, 6, 5, 4, 3 y 2 tienen una intencionalidad definida, permiten reconocer los números en diferentes composiciones y descomposiciones, y cómo un mismo número se descompone de diferentes maneras, así:

$6 = 2 + 2 + 2$ $\qquad$ $6 = 3 + 3$ $\qquad$ $6 = 4 + 2$

En este caso el número 6 aparece en la familia del 2 (2, 4, 6, 8...) y también en la del 3 (3, 6, 9, 12...). Elegir ciertas familias de cantidades, amplía el campo de reflexión con los estudiantes: ¿Para qué color unas cantidades son el doble de las otras?, ¿para cuál el triple?, ¿qué números aparecen en varias familias?

Que el estudiante sea capaz de expresar que "6 es 3 veces el número 2 o 2 veces el número 3" trae consigo otras implicaciones en la discusión sobre las operaciones relacionadas y sus propiedades, ya que aunque se obtenga el mismo resultado (6) con las operaciones 3x2 o 2x3, el fenómeno representado o procedimiento es diferente

3 x 2 = 6 (2+2+2, 3 fichas en el naranja, cada una con un valor de 2 puntos)

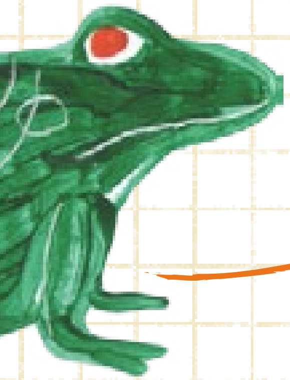
2 x 3 = 6 (3+3, 2 fichas en el blanco, cada una con un valor de 3 puntos)

Así mismo, este juego permite reconocer en los números naturales propiedades y relaciones inversas como **"SER MÚLTIPLO DE..."**, **"SER DIVISOR DE..."**. Siguiendo con el ejemplo anterior, 6 es divisible por 3 y por 2 pues 6 = 3x2; luego el 2 y el 3 son **"DIVISORES"** del 6, a su vez el 6 es un **"MÚLTIPLO"** de 3 y 2. Los estudiantes, partiendo de la práctica y las preguntas orientadas por el docente, estarán en capacidad de identificar cuándo unas cantidades son el doble de otras, unas triples de otras, etcétera, y también analizar las relaciones inversas: mitad de..., tercera parte de..., cuarta parte de...

3 Las diferentes estrategias de registro planteadas por los estudiantes merecen un espacio de reflexión importante dentro del taller; es a partir de ellas que se dan los procesos de conceptualización propios de la tarea.

Una primera propuesta de registro tabular, como resultado de la reflexión con los estudiantes puede ser:

Ronda	N° de discos en el color amarillo (9 puntos por cada ficha)	N° de discos en el color verde (6 puntos por cada ficha)	N° de discos en el color rojo (5 puntos por cada ficha)	N° de discos en el color azul (4 puntos por cada ficha)	N° de discos en el color blanco (3 puntos por cada ficha)	N° de discos en el color naranja (2 puntos por cada ficha)	Puntos ganados
1							
2							
3							
4							
5							



Como puede verse en la tabla, el valor de cada ficha aparece por color, ya que es información fundamental para que los estudiantes puedan hacer los cálculos necesarios. Además, es importante que se escriba completo: "9 puntos por cada ficha", lo cual muestra que ese valor es una razón constante **(constante de proporcionalidad)**, que permite poner en correspondencia una cierta cantidad de fichas con su respectivo puntaje, dependiendo del color donde hayan caído.

Esa razón constante **"VALOR DE PUNTOS POR CADA FICHA"**, es esencial en la comprensión y coordinación de los **DOS CONTEOS ITERADOS** que los estudiantes deben realizar (por un lado cuentan la cantidad de fichas, por otra parte, la cantidad de puntos según el color en el que caen las fichas), y son la clave fundamental para que esa coordinación de los dos conteos iterados sean la semilla del aprendizaje de la multiplicación.

En la Guía para el estudiante se propone una tabla de registro **(VER FIGURA 1)** que expresa el puntaje otorgado a cada ficha según el color. Dicho puntaje constituye uno de los factores de la multiplicación indicada como la operación que se debe realizar, y se pide a los estudiantes que escriban únicamente el número de discos que terminan ubicados en cada fila de la canasta. Además, los espacios donde se debe escribir cada cifra de los números en cuestión están resaltados, con el fin de facilitar la suma por columnas en cada ronda. En el extremo de la derecha aparece una tabla resumen de las 5 rondas a la que deben llevar el total obtenido en cada una, para posteriormente calcular el puntaje total. En ella se hace especial énfasis en el valor posicional de los números. Nótese que esta tabla es muy sofisticada, y seguramente es útil para aquellos momentos en los que ya los estudiantes tienen una familiaridad con el juego y se espera que con el apoyo de esta pueda darse inicio a una serie de formalizaciones sobre la multiplicación y el algoritmo de la suma.

Así entonces, se sugiere no entregar la **GUÍA PARA EL ESTUDIANTE** hasta tanto no se hayan revisado otras propuestas de registro sugeridas por los estudiantes, que por el proceso mismo de elaboración serán más valiosas que esta donde todo está dado. Si el maestro considera pertinente el uso de la tabla de registro que aquí se plantea, deberá destinar unos minutos a la explicación de cómo consignar en ella la información obtenida en el juego y entregar una a cada estudiante.

TABLA DE REGISTRO

NOMBRE DEL JUGADOR: ....

NOMBRE DEL EQUIPO: ....

COLOR	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3	Ronda 4	Ronda 5
AMARILLO (9 puntos por cada ficha)	_x9=_ _	_x9=_ _	_x9=_ _	_x9=_ _	_x9=_ _
VERDE (6 puntos por cada ficha)	_x6=_ _	_x6=_ _	_x6=_ _	_x6=_ _	_x6=_ _
ROJO (5 puntos por cada ficha)	_x5=_ _	_x5=_ _	_x5=_ _	_x5=_ _	_x5=_ _
AZUL (4 puntos por cada ficha)	_x4=_ _	_x4=_ _	_x4=_ _	_x4=_ _	_x4=_ _
BLANCO (3 puntos por cada ficha)	_x3=_ _	_x3=_ _	_x3=_ _	_x3=_ _	_x3=_ _
NARANJA (2 puntos por cada ficha)	_x2=_ _	_x2=_ _	_x2=_ _	_x2=_ _	_x2=_ _
TOTAL POR RONDA	_ _ _	_ _ _	_ _ _	_ _ _	_ _ _

Total de las 5 Rondas

TOTAL POR RONDA	UM	C	D	U
RONDA No 1				
RONDA No 2				
RONDA No 3				
RONDA No 4				
RONDA No 5				
GRAN TOTAL				

FIGURA 1 TABLA DE REGISTRO PARA EL ESTUDIANTE

4 Una vez los estudiantes han comprendido la dinámica del juego, el docente está en libertad de incorporar variantes y reflexiones como estas:

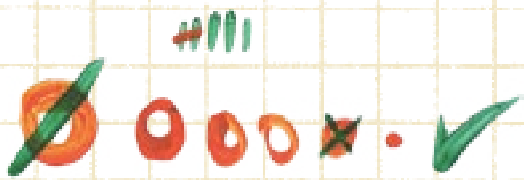
A Si un jugador obtiene en una ronda 24 puntos: escribe las diferentes posibilidades de ubicación de discos en el cartón que llevan a ese puntaje. (Buscar otros números dependiendo de la intención).

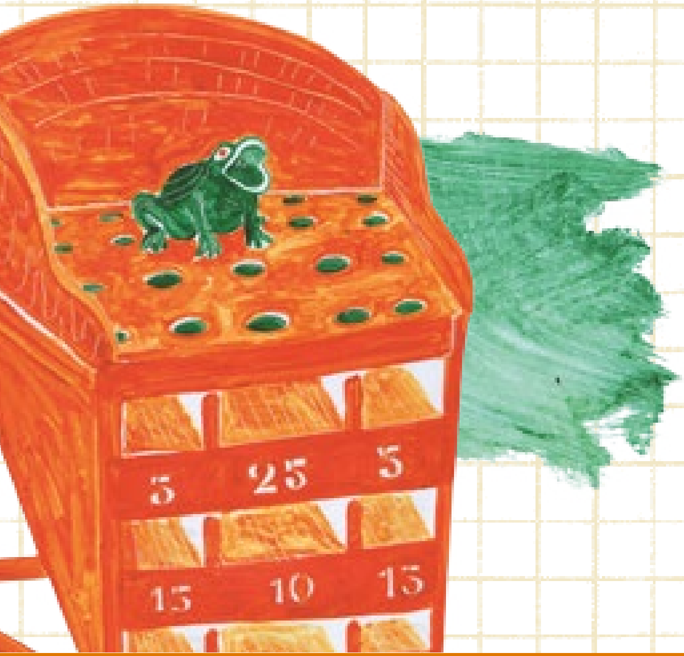
B Entregar tablas en las que hacen falta datos para que la completen:

Ronda	Nº de discos en el color amarillo (9 puntos por cada ficha)	Nº de discos en el color verde (6 puntos por cada ficha)	Nº de discos en el color rojo (5 puntos por cada ficha)	Nº de discos en el color azul (4 puntos por cada ficha)	Nº de discos en el color blanco (3 puntos por cada ficha)	Nº de discos en el color naranja (2 puntos por cada ficha)	Puntos ganados
1		4			3		60
2	2		4				54

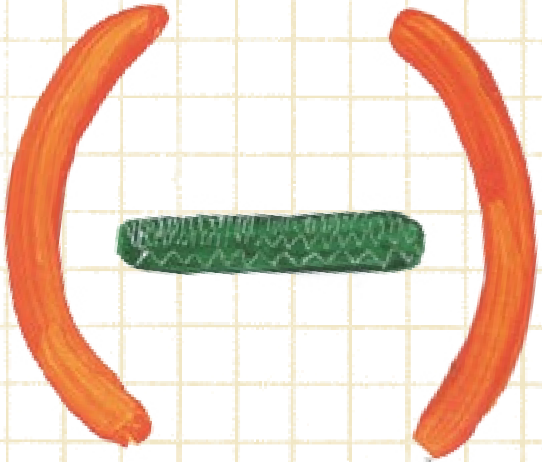
C Iniciar con el uso de cantidades negativas, asignando a algunos colores la función de quitar puntos en vez de otorgarlos, por ejemplo:

Color	Valor
Amarillo	9
Verde	-9
Rojo	7
Azul	-7
Blanco	5
Naranja	-5





alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD



Con esta modificación los estudiantes se inician en la familiarización de la noción de negatividad y exploran intuitivamente algunas de sus propiedades, por ejemplo que la suma de dos cantidades opuestas se anulan; y se pueden desarrollar notaciones especiales para distinguir las cantidades que otorgan puntos (cantidades positivas), de las que los quitan (cantidades negativas); notaciones que no son necesariamente las tradicionales como el guión antes de la cifra.

Propiciar situaciones como esta para el tratamiento intuitivo de cantidades positivas y negativas, ayuda a constituir procedimientos que permiten operar aditivamente con ellas partiendo de sus propiedades.

Cuando finalicen las 5 rondas en cada equipo y se tengan los 5 participantes de la ronda final del salón, el docente puede sugerir un nuevo registro en el que se consignen los totales de cada ganador, incluso la realización de un gráfico que les permita la visualización de los datos desde dos tipos de registros.

Referencias

Obando, G., Vanegas, D., Vásquez, N. (2006). Módulo 1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.

TALLER No3

LA FERIA DEL MÚLTIPLO

GUÍA PARA EL ESTUDIANTE

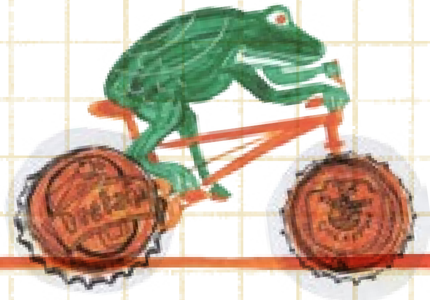


TABLA DE REGISTRO

NOMBRE DEL JUGADOR: ------------------

NOMBRE DEL EQUIPO: ------------------

COLOR	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3	Ronda 4	Ronda 5
AMARILLO (9 puntos por cada ficha)	_x9=_ _	_x9=_ _	_x9=_ _	_x9=_ _	_x9=_ _
VERDE (6 puntos por cada ficha)	_x6=_ _	_x6=_ _	_x6=_ _	_x6=_ _	_x6=_ _
ROJO (5 puntos por cada ficha)	_x5=_ _	_x5=_ _	_x5=_ _	_x5=_ _	_x5=_ _
AZUL (4 puntos por cada ficha)	_x4=_ _	_x4=_ _	_x4=_ _	_x4=_ _	_x4=_ _
BLANCO (3 puntos por cada ficha)	_x3=_ _	_x3=_ _	_x3=_ _	_x3=_ _	_x3=_ _
NARANJA (2 puntos por cada ficha)	_x2=_ _	_x2=_ _	_x2=_ _	_x2=_ _	_x2=_ _
TOTAL POR RONDA	_ _ _	_ _ _	_ _ _	_ _ _	_ _ _

Total de las 5 Rondas

TOTAL POR RONDA	UM	C	D	U
RONDA No 1				
RONDA No 2				
RONDA No 3				
RONDA No 4				
RONDA No 5				
GRAN TOTAL				

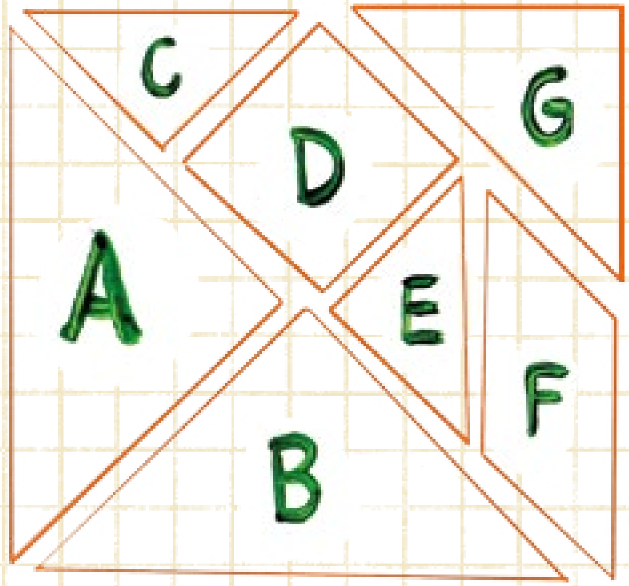
alianza POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

TALLER No 4

FRACCIONANDO EL CUADRADO

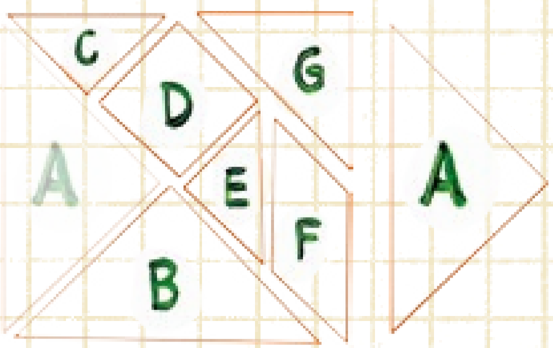
GUÍA PARA EL DOCENTE TANGRAM

T4



Fraccionar un cuadrado en siete polígonos: cinco triángulos (dos grandes, uno mediano y dos pequeños), un cuadrado y un paralelogramo, es el método empleado para la construcción de un rompecabezas ampliamente conocido como Tangram y de uso habitual en las aulas de clase a la hora de abordar conceptos relacionados con los pensamientos métrico y espacial. En este taller se proponen una serie de tareas complementarias a estos dos pensamientos que tienen que ver con lo numérico desde el **TRABAJO CON FRACCIONES PROPIAS.**

El tratamiento propuesto para hablar de las fracciones se hace desde la **MEDIDA** enfatizando en la magnitud con la cual se trabaja, que para el caso del Tangram es el área. En este sentido, la fracción se muestra como el numeral **(O SÍMBOLO)** que expresa la razón entre dos cantidades **(MEDIDA RELATIVA ENTRE ÁREAS)**. Dicha razón puede expresarse a partir de un número racional ya sea entero o fracción, dependiendo de la dirección en la que se establezca la comparación entre las dos áreas, por ejemplo se comparan las áreas del triángulo A y la del cuadrado formado por los 7 polígonos:



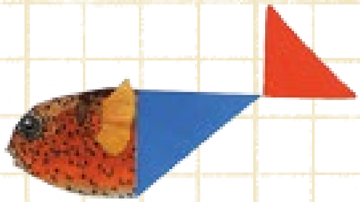
1. Comparación del área del cuadrado respecto al área del triángulo A (la unidad de medida es el área del triángulo A):

   EL ÁREA DEL CUADRADO ES CUATRO VECES EL ÁREA DEL TRIÁNGULO A.

2. Comparación del área del triángulo A respecto al área del cuadrado (la unidad de medida es el área del cuadrado):

   EL ÁREA DEL TRIÁNGULO A ES UN CUARTO DEL ÁREA DEL CUADRADO

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD



Nótese que la medida relativa está expresando una **relación de multiplicidad** de un área respecto a otra **(cuántas veces está contenida la una en la otra)**, y se hace mediante un número racional entero si el área a medir es un múltiplo entero de veces la unidad de medida, o a partir de una fracción cuando no lo es. La relación de multiplicidad se refiere tanto a **"ser n-veces"** como a **"ser $\frac{1}{n}$ veces"** o en general **"ser $\frac{m}{n}$ veces"**. Siguiendo con el ejemplo, el área del triángulo **A** es $\frac{1}{4}$ del área del cuadrado porque el área del triángulo **A** está contenida 4 veces en el área del cuadrado.

Cuando la fracción aparece como el símbolo que expresa la medida relativa entre dos áreas, es posible mostrar que esta no es una propiedad o característica de una de ellas, sino que la misma depende de las áreas comparadas entre sí. Por ejemplo: se compara el área del triángulo **C** con las áreas del cuadrado **D** y del triángulo **B**, y en **cada comparación la razón que cuantifica esa medida relativa varía**, así:

1. **El área del triángulo C es la mitad ($\frac{1}{2}$) del área del cuadrado D.**
2. **El área del triángulo C es la cuarta parte ($\frac{1}{4}$) del área del triángulo B.**

Por lo que, **"la fracción no es un nombre o etiqueta para la parte, es el resultado de una comparación"**, ningún objeto es en sí mismo la mitad de nada, sino que en relación con otra magnitud puede ser la mitad, la tercera parte, el doble, etc. (Obando, Vanegas y Vásquez, 2006).

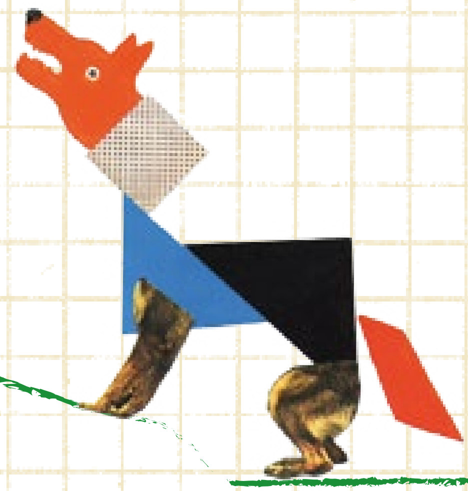
En cuanto al uso del Tangram como recurso pedagógico, es útil tener en cuenta las ventajas y desventajas que señalan Clara Rodríguez y Álvaro Sarmiento (2002):

Ventajas

- Permite dividir la unidad en partes separables que se pueden manipular fácilmente y trabajar con la unión de ellas.
- Posibilita el comprobar congruencia de áreas por superposición, ya que algunas de las figuras muestran la misma área aunque tengan diferente forma.
- Permite abordar los conceptos de superficie, área y equivalencias de cantidades de área de figuras de diferentes formas.

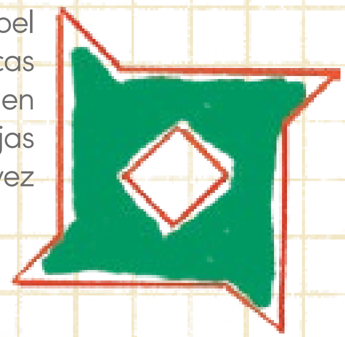
Desventajas

- Exige tener una comprensión aceptable acerca del concepto de área.



Orientaciones didácticas

1. Iniciar el trabajo construyendo con los estudiantes el Tangram a partir del plegado de una hoja. La manipulación del papel les permitirá establecer relaciones numéricas y geométricas entre las diferentes formas obtenidas, además de aportar en el desarrollo de sus habilidades motrices. Pueden usarse hojas de diferentes colores para que sea más llamativo y una vez finalizada la construcción intercambiar figuras entre ellos.

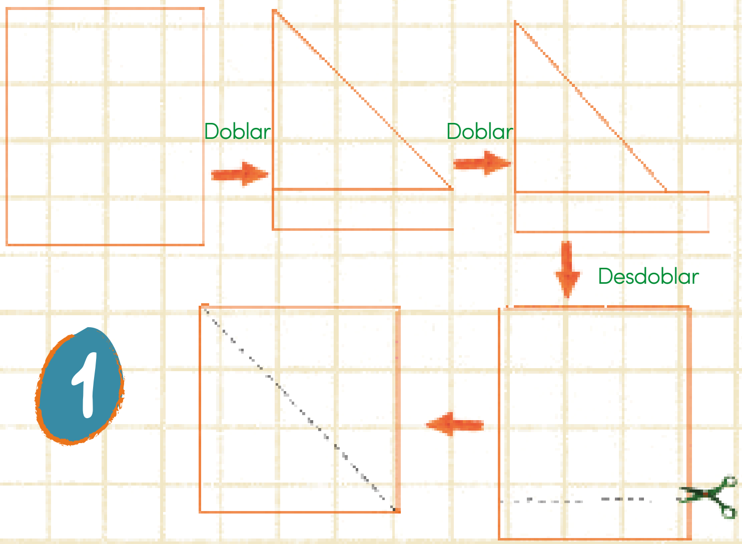


alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

En la siguiente tabla se sugiere una forma de orientar el paso a paso del plegado teniendo en cuenta únicamente aspectos geométricos. En las imágenes y el texto aparecen unas tijeras y la palabra **"RECORTAR"**, el docente decide implementar el uso de esta herramienta de acuerdo a la motricidad de sus estudiantes.

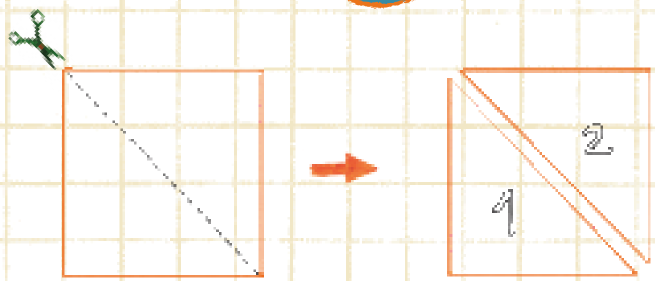
Para una correcta interpretación de las imágenes se aclara que las piezas marcadas con números solo indican el polígono a plegar; cuando se marcan con letras es porque dicho polígono ya es una de las piezas finales del Tangram. Las tareas planteadas en la Guía para el estudiante requieren que cada polígono esté marcado con la letra señalada desde su construcción.

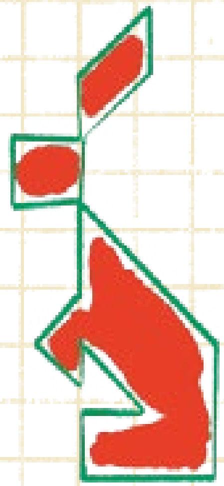
1



Tomar una hoja de papel tamaño carta y obtener el mayor cuadrado de ella. Para lograrlo se hace coincidir el lado más corto con el más largo, partiendo del vértice que los une; doblar hacia arriba el rectángulo que queda en la parte inferior, desdoblar la hoja y recortar.
(SE RECOMIENDA DESECHAR EL PEDAZO RECORTADO)

2

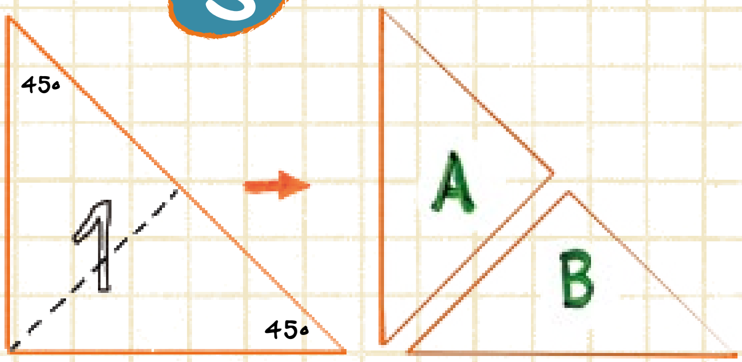




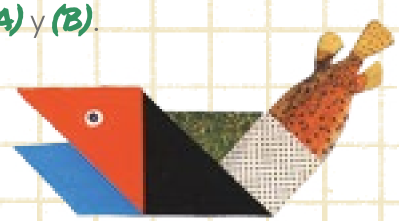
El doblez realizado para obtener el cuadrado es una diagonal de este. **¿QUÉ ES UNA DIAGONAL?** Un segmento de recta que une dos vértices no consecutivos.

Recortar por esa diagonal. El cuadrado queda dividido en dos triángulos rectángulos isósceles congruentes **(1 y 2)**. Cada uno con dos ángulos de **45°** y uno de **90°**.

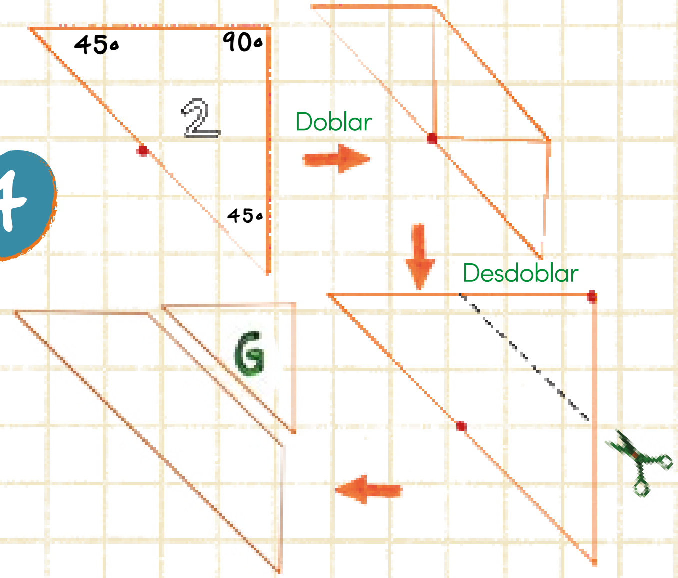
3



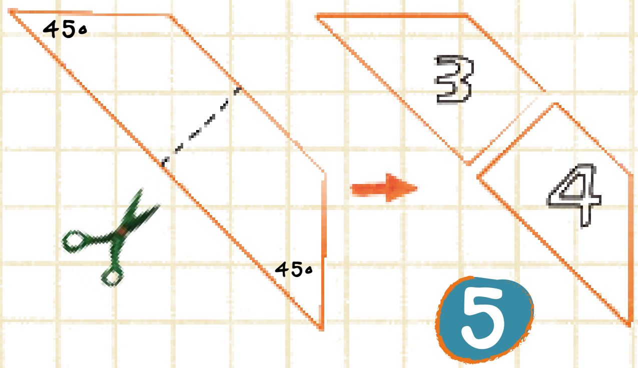
Tomar el triángulo rectángulo isósceles **(1)**, doblar de tal forma que coincidan los vértices de los ángulos de 45°. **¿QUÉ NOMBRE RECIBE EL SEGMENTO QUE SE FORMA AL DOBLAR EL TRIÁNGULO?** Puede ser **ALTURA** (perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto o su prolongación), **MEDIANA** (segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto), **MEDIATRIZ** (perpendicular levantada por el punto medio de un lado), **BISECTRIZ** (recta que divide un ángulo en dos ángulos iguales).
El triángulo **(1)** queda dividido en dos triángulos rectángulos isósceles congruentes **(A)** y **(B)**.



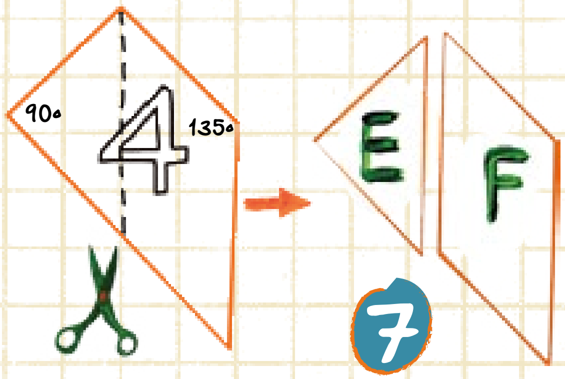
4



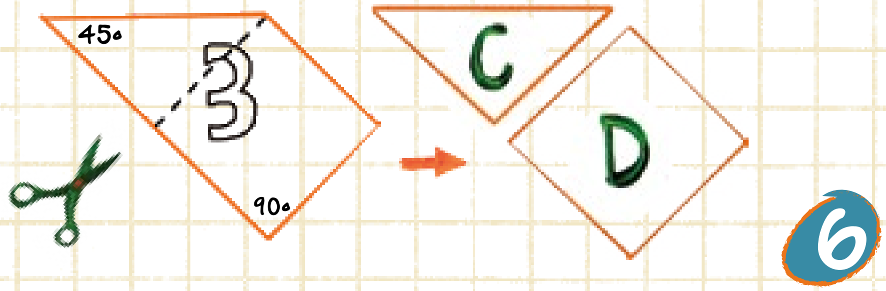
Tomar el triángulo rectángulo isósceles **(2)**, unir los vértices de los ángulos de **45°** para encontrar el punto medio de la hipotenusa. Llevar el vértice del ángulo de **90°** hacia el punto medio de la hipotenusa, doblar, desdoblar y recortar.
El doblez generado recibe el nombre de base media **(O PARALELA MEDIA)** del triángulo por ser un segmento paralelo a uno de los lados del triángulo y pasar por los puntos medios de los otros dos.
El triángulo **(2)** queda dividido en un triángulo rectángulo isósceles **(G)** semejante a los triángulos **(A)** y **(B)**, y un trapecio isósceles.



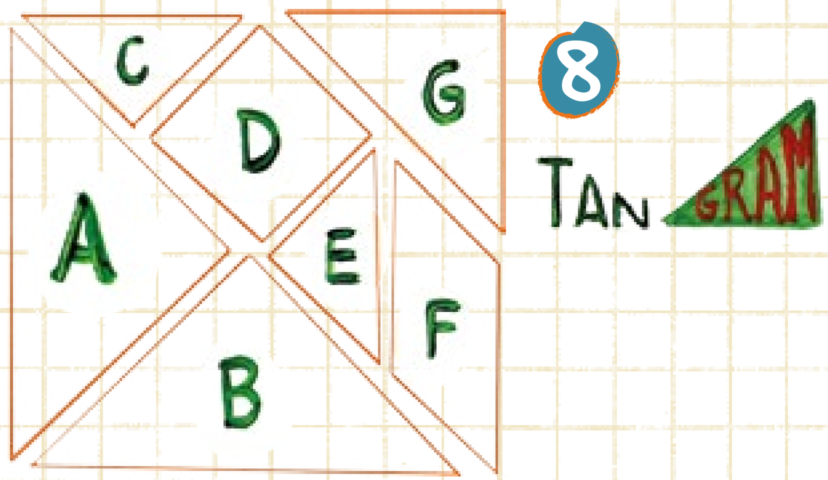
Tomar el trapecio isósceles, hacer coincidir los ángulos de **45°**, doblar y recortar.
El trapecio isósceles queda divido en dos trapecios rectángulos congruentes **(3 y 4).**



Tomar el trapecio rectángulo **(4)**, unir el vértice del ángulo de **135°** con el vértice opuesto de **90°**, doblar y recortar.
El triángulo queda dividido en el triángulo rectángulo isósceles **(E)** y el paralelogramo **(F)**.
El triángulo **(E)** es congruente con el triángulo **(C)** y semejante a los triángulos **(A)**, **(B)** y **(G)**

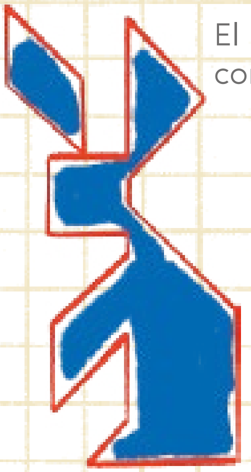


Tomar el trapecio rectángulo **(3)**, unir los vértices de los ángulos de **45°** y **90°**, doblar y recortar.
El trapecio rectángulo queda dividido en un triángulo rectángulo isósceles **(C)** y un cuadrado **(D)**. El triángulo **(C)** es semejante a los triángulos **(A)**, **(B)** y **(G)**.



alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

2 Terminada la construcción del Tangram se les entrega a los estudiantes la **GUÍA PARA EL ESTUDIANTE.** En la primera tarea deben describir el paso a paso realizado en la construcción de este rompecabezas con el fin de promover el análisis de las propiedades geométricas involucradas, así como el reconocimiento de los diferentes polígonos y las relaciones que se pueden establecer entre ellos.

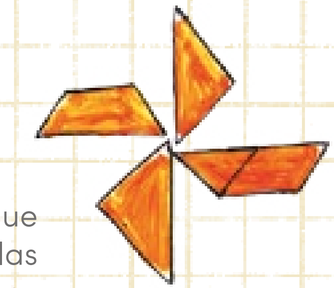


El docente complementa la tarea con preguntas que le permitan introducir o reforzar conceptos:

Congruencia: ¿Qué polígonos tienen la misma forma y la misma área?

Semejanza: ¿Qué polígonos tienen la misma forma y diferente área?

Poligonos equivalentes: ¿Qué polígonos tienen la misma area y diferente forma?

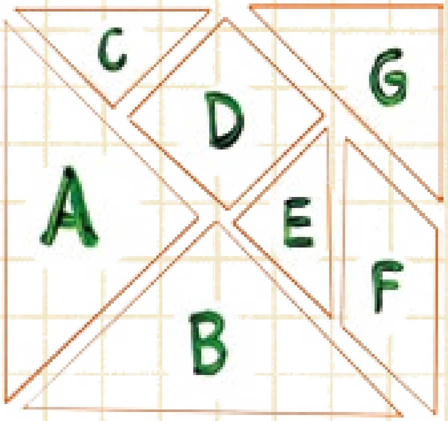


3 Para trabajar con el Tangram desde lo numérico se proponen las **TAREAS N°2 Y 3**, en las que el estudiante manipula los diferentes polígonos con el fin de establecer la razón entre las áreas de cada uno de ellos y el área del cuadrado formado por las siete figuras. Dependiendo del nivel en el que se encuentren los estudiantes, se calcula previamente el área de cada polígono y la del cuadrado inicial; de no ser posible, se asume el área del cuadrado original como $1u^2$ y se responden las preguntas a partir de la superposición de figuras.

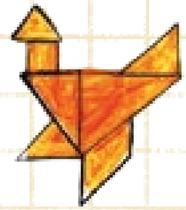
Lo importante en cada caso es resaltar la magnitud sobre la cual se está trabajando: el área.

Al final de la *Guía para el estudiante* hay dos rompecabezas del Tangram, el primero sirve de guía *(marco de referencia)* para que puedan superponer sobre él las piezas recortadas del segundo y establecer con mayor claridad las relaciones entre las áreas.

El orden en que se plantea la secuencia de preguntas tiene una intención. Los estudiantes inician la superposición con el triángulo *(A)* que es el de mayor área, continúan con el triángulo *(G)* y terminan con el triángulo *(C)*. No se les pide superponer el cuadrado o el paralelogramo sobre el cuadrado inicial porque visualmente no es posible encontrar relaciones; para encontrarlas, se les sugiere compararlas con uno de los triángulos más pequeños *(C o E)*, así: ¿Cuántas veces está contenida el área del *triángulo C* en el área del *cuadrado D*?, ¿cuántas veces está contenida el área del *triángulo C* en el área del *paralelogramo F*?



Los resultados de comparar las áreas de cada polígono con el área del cuadrado formado por los 7 polígonos *(cuadrado unidad)* se muestran en la siguiente tabla:



Área del polígono	Área del polígono respecto al área del cuadrado unidad	Relaciones de multiplicidad
Área del triángulo A	$\frac{1}{4}$ del cuadrado unidad	El área del *triángulo A* está contenida 4 veces en el área del cuadrado inicial, por tanto es la cuarta parte de este.
Área del triángulo G	$\frac{1}{8}$ del cuadrado unidad	El área del *triángulo G* está contenida 8 veces en el área del cuadrado inicial, por tanto es la octava parte de este.

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Área del polígono	Área del polígono respecto al área del cuadrado unidad	Relaciones de multiplicidad
Área del triángulo C	$\frac{1}{16}$ del cuadrado unidad	El área del **triángulo C** está contenida 16 veces en el área del cuadrado inicial, por tanto es la dieciseisava parte de este.
Área del cuadrado D	$\frac{1}{8}$ del cuadrado unidad	El área del **triángulo C** está contenida 2 veces en el área del **cuadrado D**, por tanto el área del **cuadrado D** es $2\left(\frac{1}{16}\right)=\frac{1}{8}$ del área del cuadrado unidad.
Área del paralelogramo F	$\frac{1}{8}$ del cuadrado unidad	El área del **triángulo C** está contenida 2 veces en el área del **paralelogramo F**, por tanto el área del **paralelogramo F** es $2\left(\frac{1}{16}\right)=\frac{1}{8}$ del área del cuad-rado unidad.

Referencias

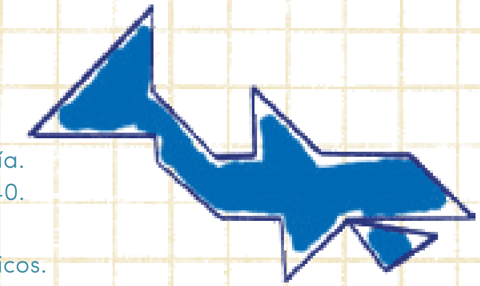
Álvarez, E. (2003). Elementos de Geometría. Medellín. Editorial Universidad de Medellín.

Iglesias, M. (2009). Ideas para enseñar el Tangram en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Revista iberoamericana de educación matemática. Número 17, páginas117-126. ISSN: 1815-0640. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union_017_014.pdf

Obando, G., Vanegas, D., Vásquez, N. (2006). Módulo 1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.

Obando, G., Vasco, C. E., Arboleda, L. (2013). Razón, proporción, proporcionalidad: configuraciones epistémicas para la educación básica. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/4193/1/ObandoRazonALME2013.pdf

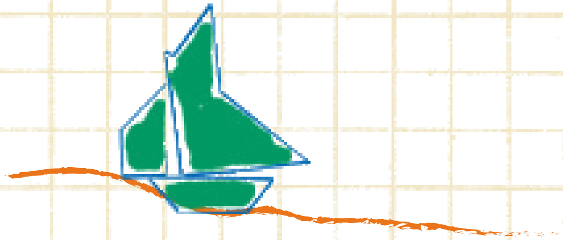
Posada, M. y otros autores. (2005). Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas. Medellín. Digital Express Ltda.



TALLER Nº 4

FRACCIONANDO EL CUADRADO

GUÍA PARA EL ESTUDIANTE

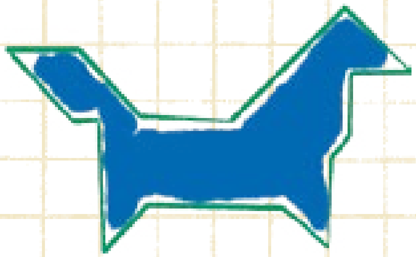


Con el rompecabezas que aprenderás a construir en este taller pondrás a prueba no solo tus habilidades espaciales sino también las numéricas. **¡Juega y aprende!**

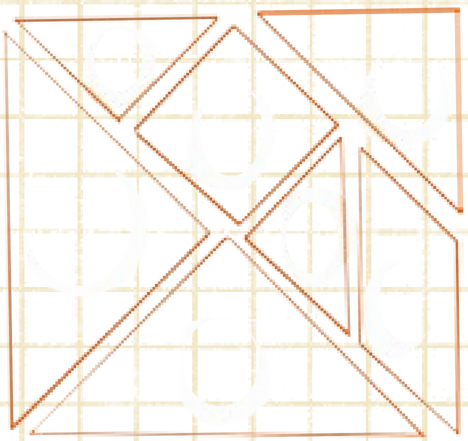
Lo que comprenderás

- Identificarás polígonos como triángulos y cuadriláteros y establecerás relaciones de congruencia, semejanza y equivalencia entre ellos.
- Reconocerás la fracción como el numeral (o símbolo) que expresa la **razón** entre dos cantidades.

Los materiales



- Hojas de papel iris.
- Tijeras.
- Tangram (en papel, fomi o madera).



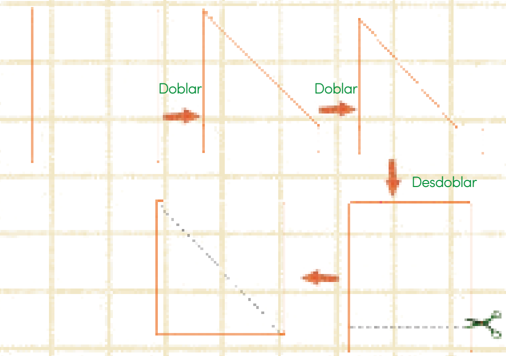
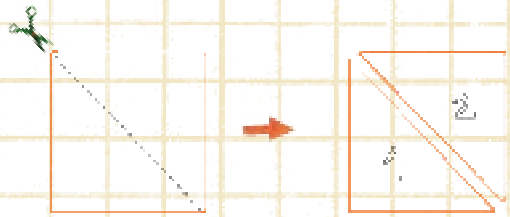
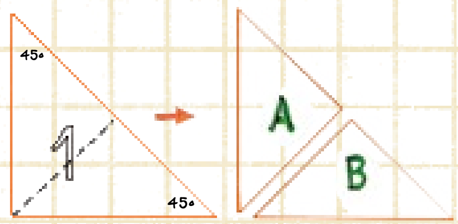
Lo que debes explorar y experimentar

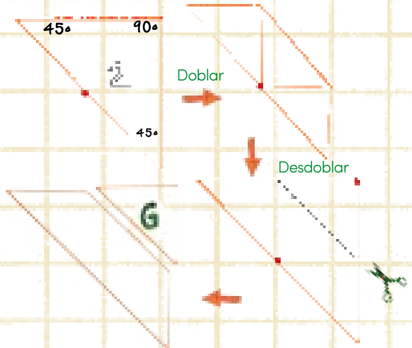
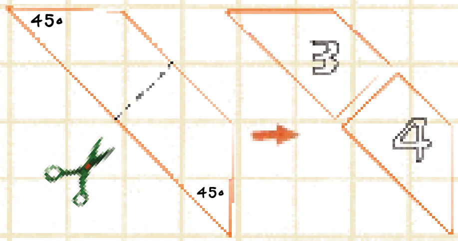
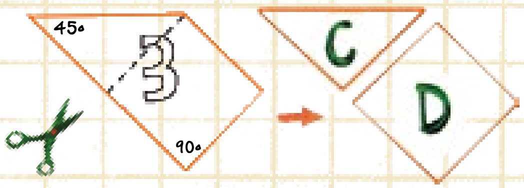
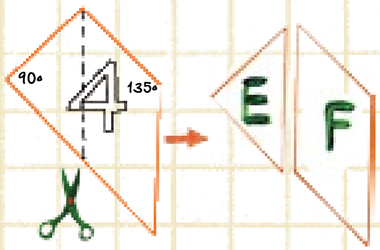
Tarea Nº 1. La geometría del Tangram

1 Describe en la columna de la derecha cada uno de los pasos realizados para la construcción del Tangram e identifica las diferentes figuras geométricas obtenidas durante el proceso.

alianza POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Construcción del Tangram a partir de una hoja de papel

Pasos	Secuencia gráfica	Descripción de los pasos e identificación de figuras geométricas
1		
2		
3		

Pasos	Secuencia gráfica	Descripción de los pasos e identificación de figuras geométricas
4		
5		
6		
7		

2 Toma cada una de los polígonos que conforman el Tangram y responde:

A De los 7 polígonos que tiene el juego ¿Cuántos son triángulos?________
¿Son iguales? _____________ ¿Cuáles son iguales?_________

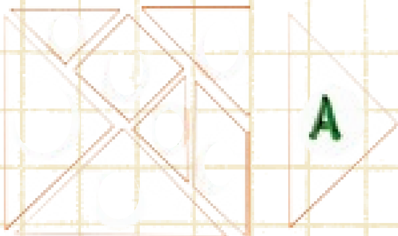
B De los 7 polígonos que tiene el juego ¿Cuántos son cuadriláteros?________
¿Son iguales o diferentes?_______________ ¿Puedes darle un nombre a cada uno de esos cuadriláteros?__________________________

Tarea Nº2. Las fracciones y el Tangram

1 Con los 7 polígonos del Tangram reconstruye el cuadrado inicial. Cuando lo hagas, toma el **triángulo A** y responde las preguntas **a** y **b**:

¡una PISTA!

Ubica sobre "la hoja guia" el triángulo A y si te parece fácil rayarla o dibujar sobre ella lo puedes hacer.



a ¿Cuántas veces está contenida el área del **TRIÁNGULO A** en todo el cuadrado? ______________________

b El área del **TRIÁNGULO A**, ¿Cuánto es del área de todo el cuadrado? __________

c Si hacemos lo mismo con el **TRIÁNGULO B**, ¿El resultado será similar al encontrado con el triángulo A? _______ ¿Por qué? ______________

2 Ahora toma el **TRIÁNGULO G** y responde

d ¿Cuántas veces está contenida el área del **TRIÁNGULO G** en todo el cuadrado? _____

e El área del **TRIÁNGULO G**, ¿Cuánto es del área de todo el cuadrado?

3 Repite el ejercicio, esta vez con **EL TRIÁNGULO C**:

f ¿Cuántas veces está contenida el área del **TRIÁNGULO C** en todo el cuadrado? __________

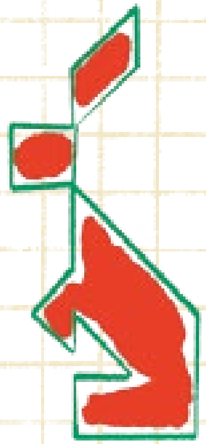
g El área del **TRIÁNGULO C**, ¿Cuánto es del área de todo el cuadrado? _____

h Si hacemos lo mismo con el **TRIÁNGULO E**, ¿El resultado será similar al encontrado con el **TRIÁNGULO C**? _______ ¿Por qué? ______________

Tarea N°3. ¡Resumiendo!

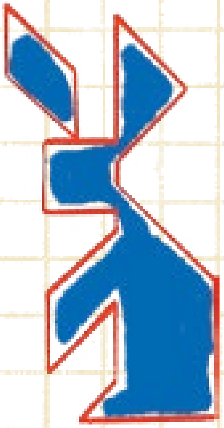
Con la información que encontraste en la tarea N°2 completa la siguiente tabla:

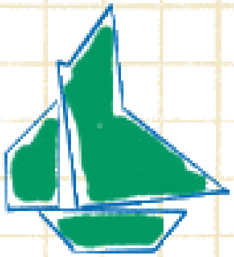
Polígono	N° de veces que cabe su área en todo el cuadrado	El área de este polígono ¿Cuánto es del área de todo el cuadrado?
		
		
		

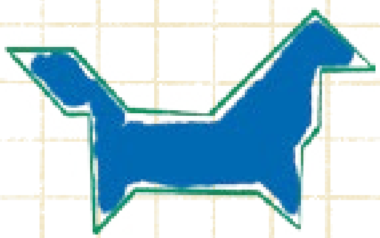


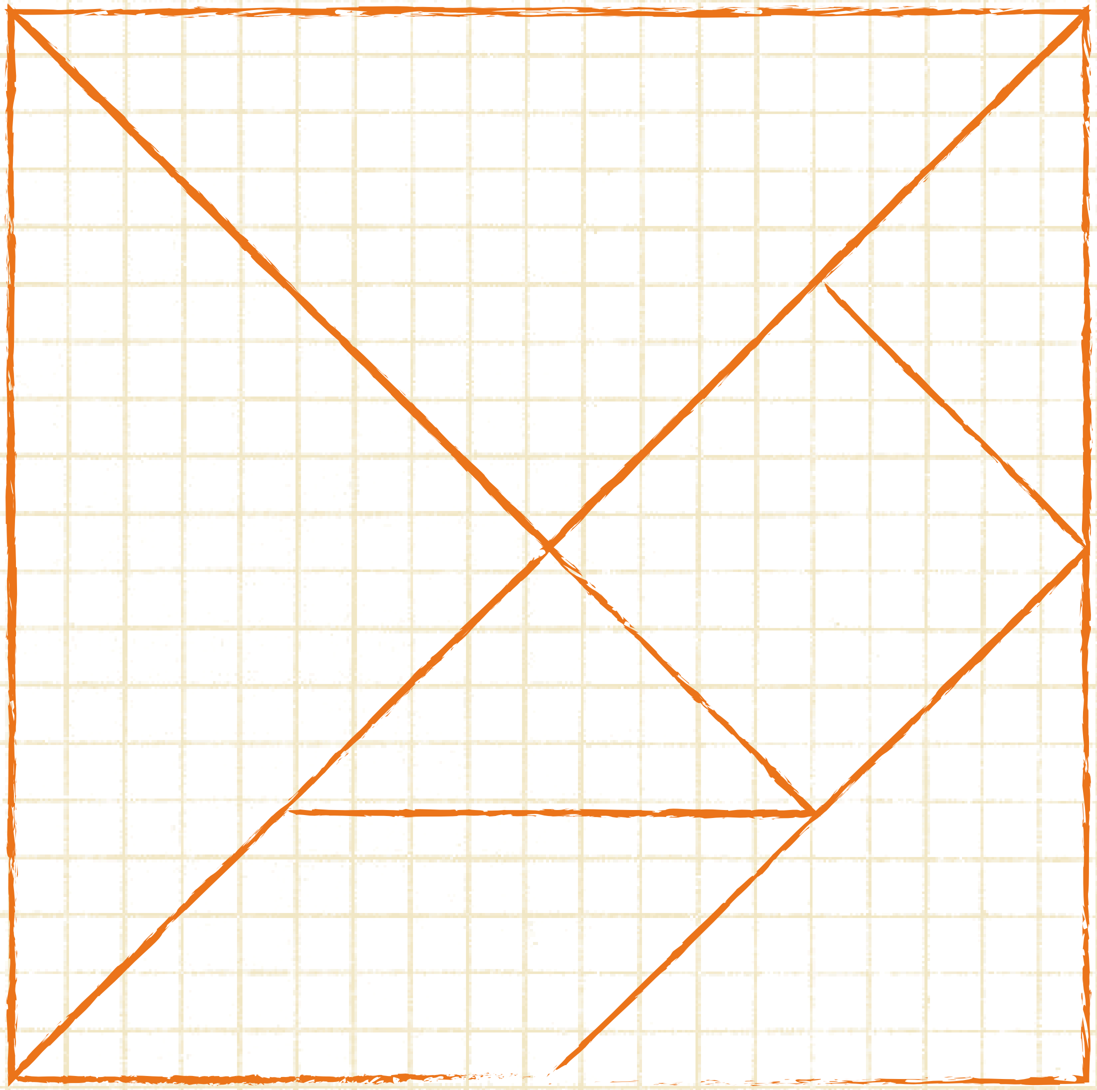
Hoja Guía

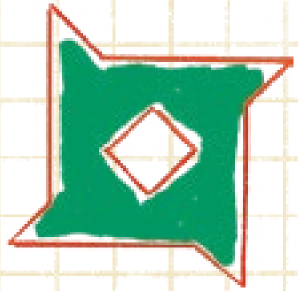
En esta hoja puedes realizar los trazos necesarios para responder las preguntas.

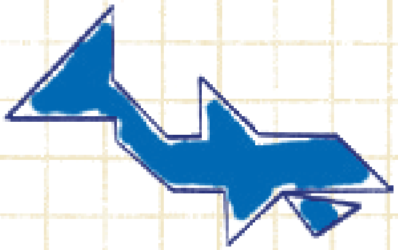


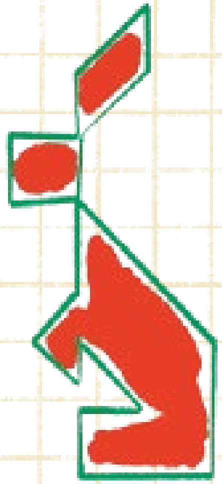






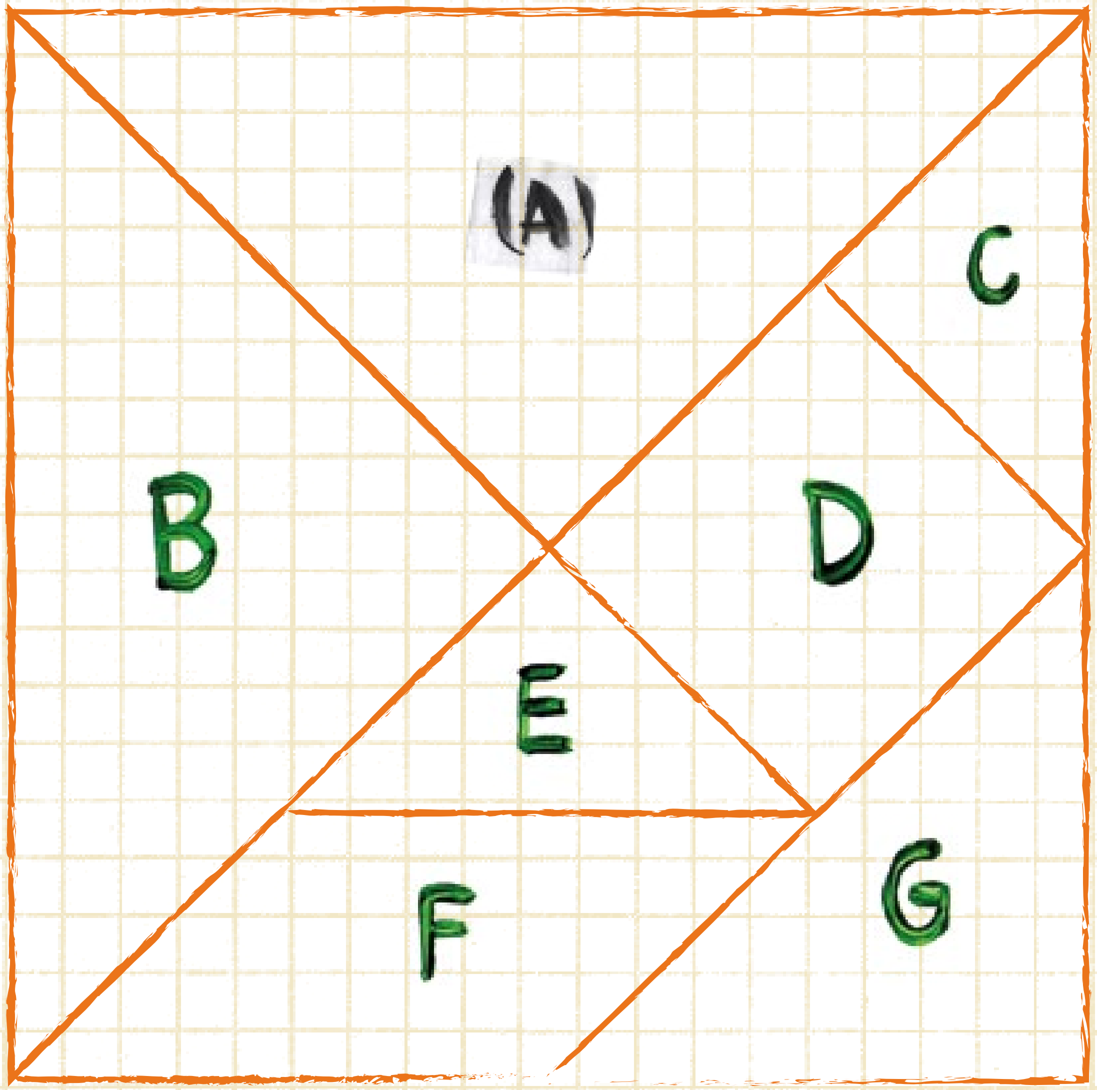






TANGRAM

RECORTA CADA UNO DE LOS 7 POLÍGONOS.



TALLER No 5

FRACCIONES DE COLORES

GUÍA PARA EL DOCENTE

Tal como lo sugiere el título de este taller, el concepto a trabajar es el de fracciones y el recurso empleado para hacerlo son las Regletas de Cuisenaire, de ahí la palabra colores. Este es un material didáctico que ayuda a fomentar competencias asociadas al pensamiento numérico en los primeros años de escolaridad, y se pretende aprovechar su potencial lúdico, exploratorio y creativo para que los estudiantes se acerquen a la noción de fracción.

La forma de las regletas: prismas de base cuadrada, posibilita la integración de los pensamientos métrico, espacial y numérico en el tratamiento de las fracciones, vistas desde el contexto de la medida, y como resultado de un proceso de comparación entre regletas de diferente volumen. Si bien todas las regletas tienen la misma sección transversal y en ocasiones esta característica permite que la comparación entre los volúmenes de dos de ellas se establezca a partir de sus longitudes, en las tareas propuestas en este taller se alude siempre a la magnitud **volumen.**

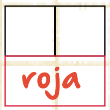
Las tareas planteadas en la Guía para el estudiante le dan continuidad al enfoque presentado en el **Taller N°4 "Fraccionando el cuadrado"**, esto es, la fracción se aborda desde el contexto de la medida y aparece como ese numeral **(o símbolo)** que expresa **la razón** entre dos volúmenes **(medida relativa entre volúmenes)**. El número racional que expresa dicha razón puede ser entero o fracción dependiendo de la dirección en la que se establezca la comparación entre los volúmenes de dos regletas. En la siguiente tabla se muestra el proceso entre dos pares de regletas: **blanca y roja, blanca y verde clara**, así:

alianza POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Comparación entre regletas

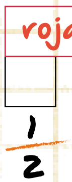
Regleta blanca con regleta roja

1 Comparación del volumen de la regleta roja respecto al volumen de la regleta blanca (la unidad de medida es el volumen de la regleta blanca):



"El volumen de la regleta roja es **DOS VECES** el volumen de la regleta blanca".

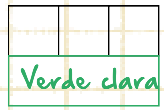
2 Comparación del volumen de la regleta blanca respecto al volumen de la regleta roja (la unidad de medida es el volumen de la regleta roja):



"El volumen de la regleta blanca es **LA MITAD** del volumen de la regleta roja porque el volumen de la regleta blanca está contenido dos veces en el volumen de la regleta roja".

Regleta blanca con regleta verde clara

1 Comparación del volumen de la regleta verde clara respecto al volumen de la regleta blanca (la unidad de medida es el volumen de la regleta blanca):

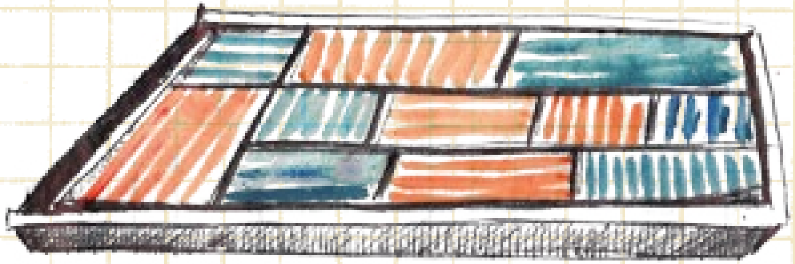


"El volumen de la regleta verde clara es **TRES VECES** el volumen de la regleta blanca".

2 Comparación del volumen de la regleta blanca respecto al volumen de la regleta verde clara (la unidad de medida es el volumen de la regleta verde clara):

"El volumen de la regleta blanca es **UN TERCIO** del volumen de la regleta verde clara porque el volumen de la regleta blanca está contenido tres veces en el volumen de la regleta verde clara".

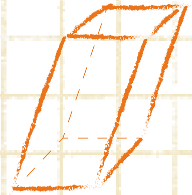
Nótese que según sea comparada la regleta blanca con otras de mayor volumen, la fracción que expresa la relación (medida relativa) entre ellas varía, es decir, no se le puede asociar un numeral (fracción) a la regleta porque este depende de la cantidad con la que se compare. Así, como lo menciona Obando (2006) **"LA FRACCIÓN NO ES UN NOMBRE O ETIQUETA PARA LA PARTE, ES EL RESULTADO DE UNA COMPARACIÓN".** Y es en este sentido que se plantean las tareas en la Guía para el estudiante, enfatizando en el carácter relativo de la fracción, no es una propiedad de las partes medidas sino una relación cuantitativa entre volúmenes (ningún objeto es en sí mismo la mitad de nada, sino que en relación con otra magnitud puede ser la mitad, la tercera parte, el doble, etcétera).



Orientaciones didácticas

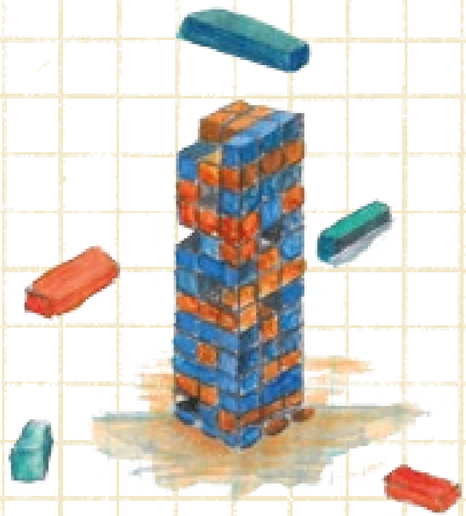
Prisma recto

1 Iniciar el taller con el reconocimiento del material, **¿Qué forma tienen las regletas? ¿Qué características en común comparten? ¿Pertenecerán a un conjunto de poliedros específico?** La conversación se orienta señalando que todas sus caras son planas, característica que las hace pertenecer al conjunto de los poliedros **(poli: varias, edro: caras planas)**; otra característica que tienen en común es que cada una tiene dos caras paralelas con forma de cuadrado y su caras laterales son rectángulos, propiedad que las agrupa en un conjunto más específico, el de **"prismas rectos"** (para quienes piensen que la regleta blanca o unitaria no comparte esta característica por tener todas sus caras cuadradas, es necesario recordar que "todo cuadrado es rectángulo porque tiene cuatro ángulos rectos", de ahí que sus caras laterales sean además de cuadrados, rectángulos).



Prisma oblicuo

Prisma se define como aquel **"poliedro que tiene dos caras paralelas y congruentes, y sus caras laterales son paralelogramos".** Las regletas pertenecen a este conjunto porque sus caras laterales son rectángulos y **"todo rectángulo es un paralelogramo".**

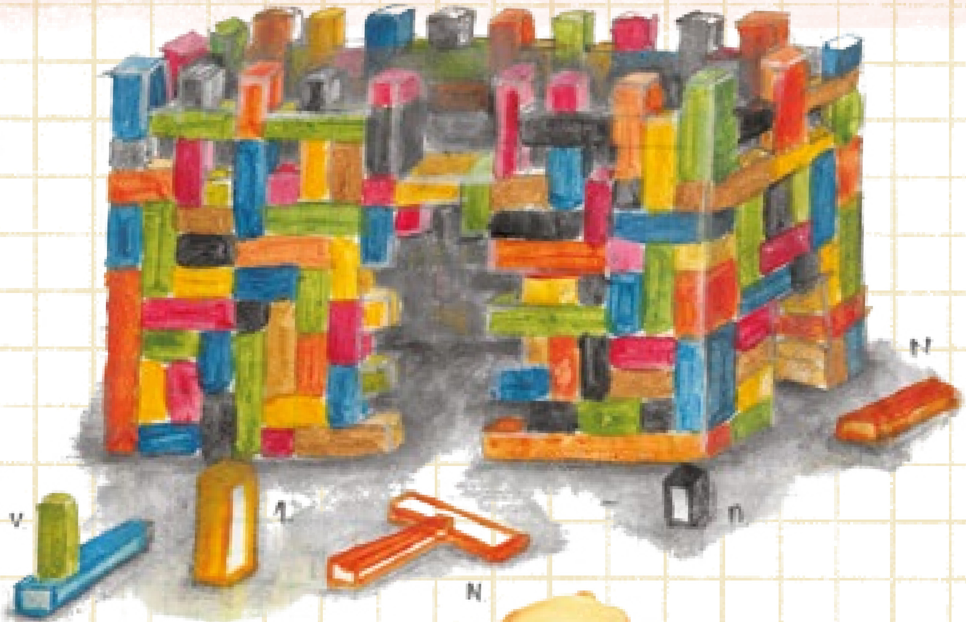


Ahora, por ser poliedros, tienen una magnitud asociada: **volumen** y se toma a la regleta blanca como unidad de volumen **($1u^3$)**. En la **tarea N°1** de la Guía para el estudiante se propone que descubran "la equivalencia en blancas" de cada regleta, para ello el docente puede realizar preguntas como: ¿Cuántas veces está contenido el volumen de la regleta blanca en el volumen de la regleta ______? En la tabla que completan los estudiantes se incluye la columna **"Relación de equivalencia"** como una invitación a escribir las equivalencias encontradas de manera algebraica. A cada color se le asigna una letra que es su inicial: **blanca (b), roja (r), verde claro (v), rosada (R), amarilla (a), verde oscura (V), negra (n), café (c), azul (A) y naranja (N),** la mayúscula se utiliza para diferenciar las regletas de mayor volumen. Cuando un estudiante expresa de manera oral **"el volumen de la regleta verde clara es tres veces el volumen de la regleta blanca"**, la expresión a escribir en la columna de la tabla sería **v=3b.**

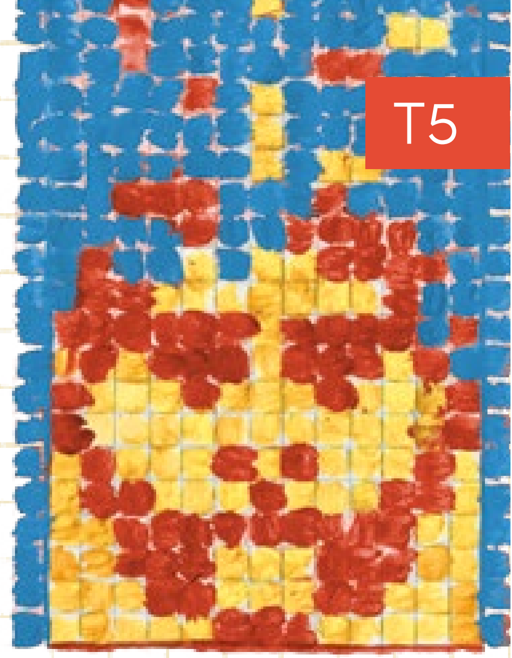
alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

2 **La tarea N°2** de la Guía para el estudiante tiene por objetivo el reconocimiento de la fracción como el numeral (o símbolo) que expresa **la razón** entre dos volúmenes. Se espera que los estudiantes concluyan a partir de ella **"que las fracciones propias aparecen al comparar una regleta de menor volumen con una de mayor volumen, cuando esta última es considerada la unidad de medida"**, por ejemplo: el volumen de la regleta roja es la mitad del volumen de la regleta rosada, cuando quien mide es la regleta rosada", también deben concluir que al establecer la comparación en el otro sentido, la razón que expresa esa medida relativa es un número entero: "El volumen de la regleta rosada es dos veces el volumen de la regleta roja".

En la primera tabla **(a)** de la tarea se trabaja con las regletas blanca, roja, rosada y café para mostrar las relaciones **medios, cuartos y octavos.** En la segunda tabla **(b)** se usan las regletas blanca, verde clara y verde oscura para mostrar las relaciones **medios, tercios y sextos**. La tarea se titula "Midiendo con regletas" porque en cada comparación se está realizando una medición, la pregunta que se les debe plantear a los estudiantes es **¿Quién mide a quién?**



alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

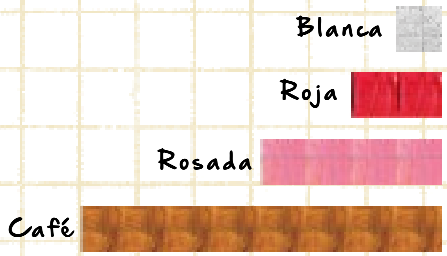


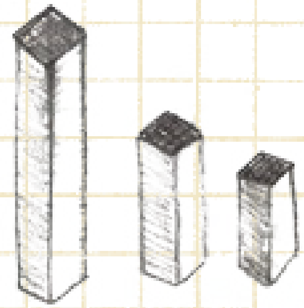
En ambas tablas las regletas que miden se ubican en el encabezado y las que son medidas en la columna de la izquierda. Se recomienda completar la tabla por columnas para no cambiar la unidad de medida, por ejemplo:

- En la primera columna de la **TABLA (a)** la regleta que mide es la blanca. Como la blanca es de un volumen igual o inferior a aquellas regletas a medir, el resultado en cada celda es un número entero.
- La regleta roja es la que mide en la segunda columna, allí empiezan a aparecer las fracciones **(CUANDO LA REGLETA A MEDIR ES MENOR QUE QUIEN MIDE)**. La sugerencia es ubicar sobre la mesa la regleta a medir y sobre ella la regleta que mide para **"VER"** más fácil la relación. A continuación se muestra el proceso que permite completar dicha columna:

REGLETA QUE MIDE	roja	roja	roja roja	roja roja roja roja
REGLETA MEDIDA	blanca	roja	rosada	café
PREGUNTA COMPLETA	El volumen de la regleta **BLANCA**, ¿Cuánto es del volumen de **LA REGLETA ROJA?**	El volumen de la regleta **ROJA**, ¿Cuánto es del volumen de **LA REGLETA ROJA?**	El volumen de la regleta **ROSADA**, ¿Cuánto es del volumen de **LA REGLETA ROJA?**	El volumen de la regleta **CAFÉ**, ¿Cuánto es del volumen de **LA REGLETA ROJA?**
FRACCIÓN (NUMERAL)	$\frac{1}{2}$	1	2	4
ESCRITURA ALGEBRAICA*	$b=\frac{1}{2}\ r$	$r=1\ r$	$R=2\ r$	$c=4\ r$

NOTA*La escritura algebraica es opcional, el docente decide en qué nivel implementarla.





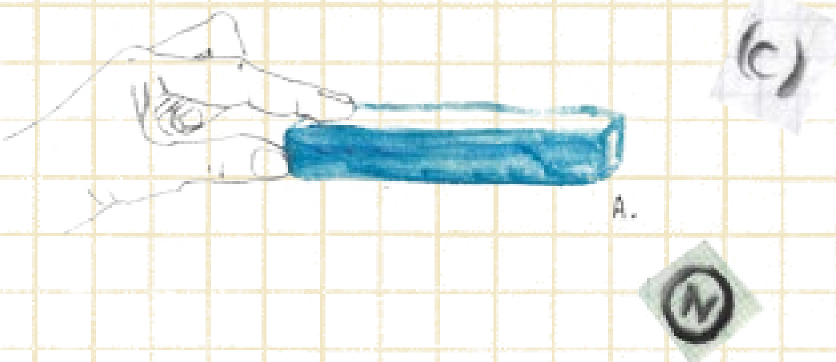
La tabla completa quedaría de la siguiente forma:

		Regletas que miden (unidad de medida)			
		La regleta **blanca** (b)	La regleta **roja** (r)	La regleta **rosada** (R)	La regleta **café** (c)
Regletas que son medidas	El volumen de la regleta **blanca**, ¿Cuánto es del volumen de _____?	1	$\frac{1}{2}$ $b = \frac{1}{2}\ r$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
	El volumen de la regleta **roja**, ¿Cuánto es respecto al volumen de _____?	2 $r = 2\ b$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	El volumen de la regleta **rosada**, ¿Cuánto es del volumen de _____?	4	2	1	$\frac{1}{2}$
	El volumen de la regleta **café**, ¿Cuánto es del volumen de _____?	8	4	2	1

Observe las relaciones inversas que se dan a cada lado de la diagonal como resultado de la comparación entre las mismas regletas al cambiar el orden de quien mide. Para el ejemplo indicado con la flecha se tiene que:

Cuando la regleta que mide es la blanca se dice: “El volumen de la regleta roja es **DOS VECES** el volumen de la regleta blanca $(r = 2b)$”.

Cuando la regleta que mide es la roja se dice: “El volumen de la regleta blanca es la **MITAD** de la regleta roja $(b=1/2\ r)$”.



REFERENCIAS

Obando, G., Vanegas, D., Vásquez, N. (2006). Módulo 1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.

TALLER No 5

FRACCIONES DE COLORES

GUÍA PARA EL ESTUDIANTE

Tienes en tus manos un material de diferentes tamaños y colores con el que puedes explorar, crear y aprender; lo más interesante es que comprenderás uno de los conceptos más importantes de las matemáticas **¡LAS RAZONES!** y su respectiva forma de expresión **¡LAS FRACCIONES!**

LO QUE COMPRENDERÁS

- Establecerás relaciones de volumen entre poliedros.
- Reconocerás la fracción como el numeral (o símbolo) que expresa **LA RAZÓN** entre dos cantidades.

LOS MATERIALES

- Regletas de Cuisenaire.

LO QUE DEBES EXPLORAR Y EXPERIMENTAR

TAREA No1. RECONOCIENDO LAS REGLETAS

Observa cada una de las regletas y responde:

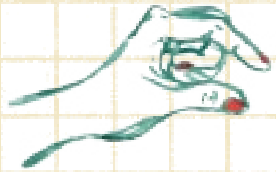
1 ¿Qué forma tienen? ______________________________

____

____

2 Equivalencia en blancas:

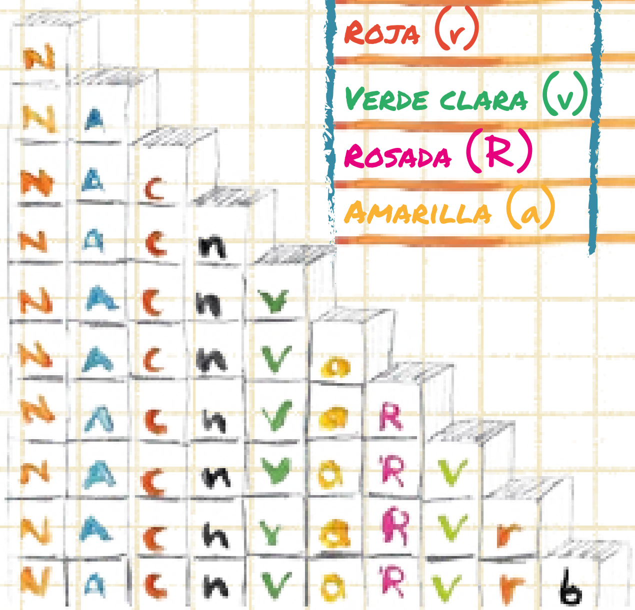
Si tomamos la regleta blanca como unidad ($1u^3$) para medir el volumen de las demás regletas, se puede decir que el volumen de una regleta roja es igual al volumen de dos regletas blancas, por lo tanto el volumen de la regleta roja es $2u^3$. Observa el siguiente gráfico:

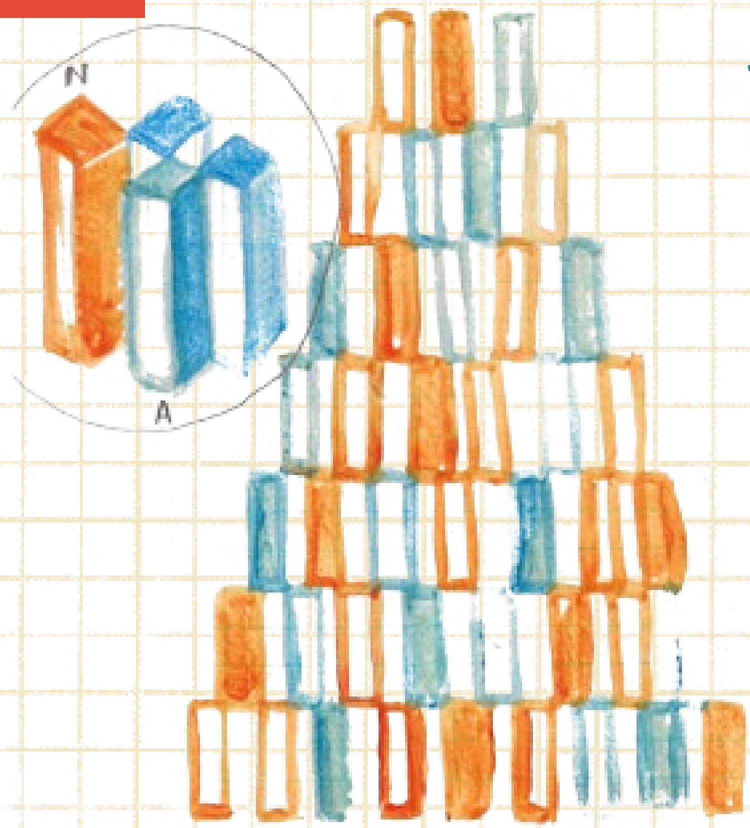


$1u^3$	$1u^3$
roja	

¿Cuántas veces está contenido el volumen de la regleta blanca en el volumen de la regleta _____?
Completa la siguiente tabla:

Color de la regleta	Volumen (u3)	Relación de equivalencia	Color de la regleta	Volumen (u3)	Relación de equivalencia
Blanca (b)	1	b=b	Verde oscura (V)		
Roja (r)	2	r=2b	Negra (n)		
Verde clara (v)			Café (c)		
Rosada (R)			Azul (A)		
Amarilla (a)			Naranja (N)		

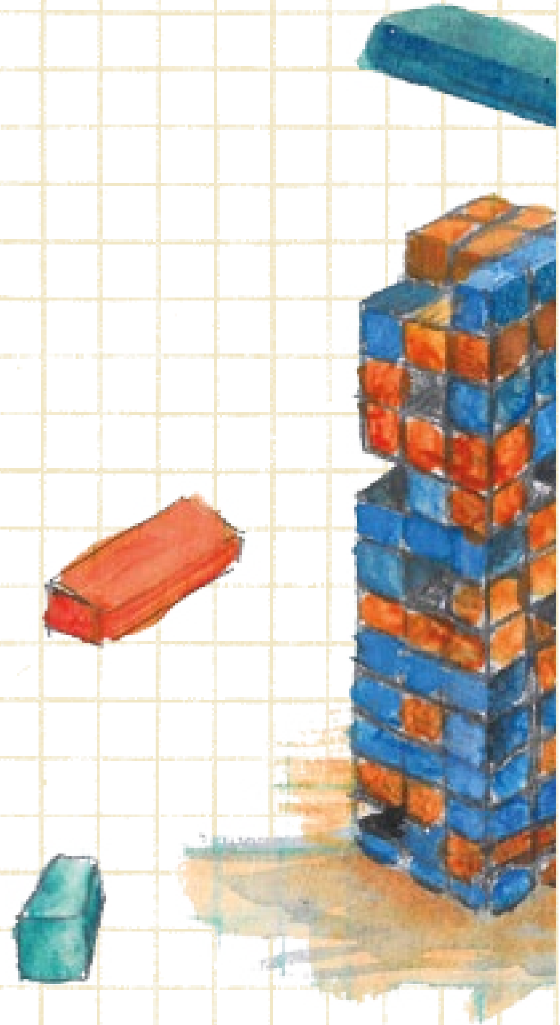


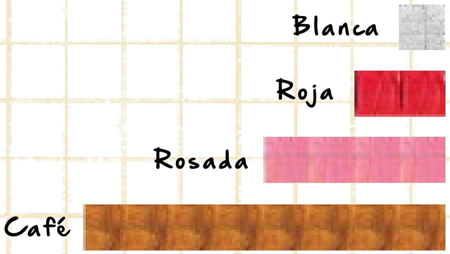


Tarea No2. Midiendo con regletas

1 De acuerdo al siguiente gráfico determina las relaciones que hay entre los volúmenes de las regletas roja y verde clara respecto al volumen de la regleta blanca:

- ¿Cuántas veces está contenido el volumen de la regleta blanca en el volumen de la regleta roja? ______
- El volumen de la regleta blanca, ¿Cuánto es del volumen de la regleta roja? ______
- El volumen de la regleta verde clara ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta blanca? ______
- ¿Cuánto es el volumen de la regleta blanca respecto al volumen de la regleta verde clara? _______





2 COMPLETA LAS SIGUIENTES TABLAS:

a → Utiliza 8 regletas blancas, 4 regletas rojas, 2 regletas rosadas y 1 regleta café.

	Regletas que miden (unidad de medida)			
Regletas que son medidas	La regleta **blanca** (b)	La regleta **roja** (r)	La regleta **rosada** (R)	La regleta **café** (c)
El volumen de la regleta **BLANCA**, ¿Cuánto es del volumen de _____?				
El volumen de la regleta **ROJA**, ¿Cuánto es respecto al volumen de _____?				
El volumen de la regleta **ROSADA**, ¿Cuánto es del volumen de _____?				
El volumen de la regleta **CAFÉ**, ¿Cuánto es del volumen de _____?				

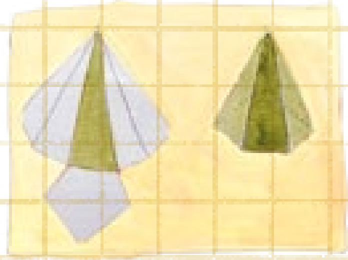
Blanca

Verde clara

Verde oscura

b → Utiliza 6 regletas blancas, 2 regletas verde clara, 1 regleta verde oscura.

		Regletas que miden (unidad de medida)		
		La regleta **blanca** (b)	La regleta **verde clara** (v)	La regleta **verde oscura** (V)
Regletas que son medidas	El volumen de la regleta **blanca**, ¿Cuánto es del volumen de ______?			
	El volumen de la regleta **verde clara**, ¿Cuánto es respecto al volumen de ______?			
	El volumen de la regleta **verde oscura**, ¿Cuánto es del volumen de ______?			



La enseñanza de la geometría y el consecuente desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes de primaria, se aborda generalmente desde las representaciones planas de los objetos y del espacio, sin hacer referencia a los objetos o al espacio real que representan, y que por lo general forman parte del entorno cercano del estudiante; se trata de una enseñanza desprovista de contexto con espacios imaginarios en los que el niño no se reconoce como sujeto activo.

De acuerdo con los Lineamientos curriculares (MEN, 1998), la adquisición de habilidades de tipo espacial se da a través de un proceso cognitivo que inicia en espacios intuitivos o sensorio-motores hasta llegar a espacios conceptuales o abstractos. Algunas de las actividades propuestas para estos espacios y sus habilidades asociadas se presentan en la siguiente tabla:

Espacios intuitivos o sensorio-motores	Espacios conceptuales o abstractos
• Actividades corporales en el espacio del entorno inmediato del estudiante. Tareas que requieren comprender el esquema corporal, identificar y utilizar sus dualidades: arriba-abajo, izquierda-derecha, delante-detrás, utilizar dicho lenguaje para describir la posición del propio cuerpo, o de otro observador, con respecto a objetos u otras personas y las posiciones de objetos con respecto a otros objetos. (Gonzato, Fernández, y Godino, 2011)	• Tareas de representación (bi o tridimensional) de objetos tridimensionales: actividades que requieren reconocer y cambiar puntos de vista (cambio de perspectivas), interpretar perspectivas de objetos, rotar mentalmente objetos, interpretar diferentes representaciones planas de objetos tridimensionales (perspectivas, vistas,...), convertir una representación plana en otra, construir objetos a partir de una o más representaciones planas. (Gonzato, Fernández, y Godino, 2011)

Espacios intuitivos o sensorio-motores

- Actividades de reconocimiento, descripción, construcción, transformación, interpretación y representación de espacios de vida (entorno inmediato) o de desplazamientos, tareas que requieren comprender el espacio donde se sitúa el estudiante (o donde se sitúa otra persona u objeto), su ubicación y orientación en el espacio: lectura y construcción de mapas, planos, maquetas. (Gonzato, Fernández, y Godino, 2011)

Habilidades asociadas

- Capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, entre otros.
- Comunicación de la información de manera figural (descripciones gráficas, maquetas, planos) o verbal (incorporando el uso de palabras del lenguaje ordinario y vocabulario específico utilizado en geometría).

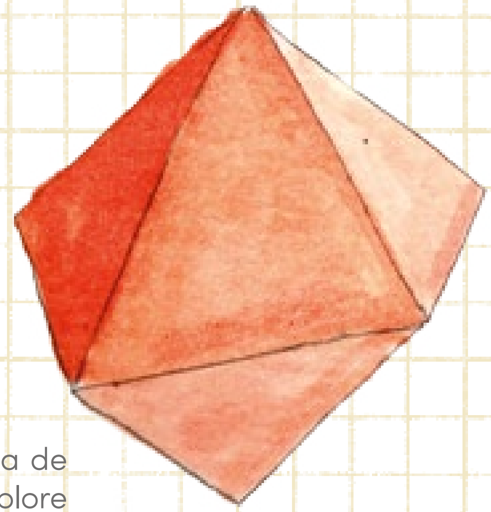
Habilidades asociadas

- Codificar, dominar y representar internamente el espacio.
- Reflexionar sobre propiedades geométricas.
- **Construcción de técnicas para representar un objeto o un espacio (uso de sistemas simbólicos formales).**
- **Leer diferentes tipos de representaciones planas y los códigos respectivos.**

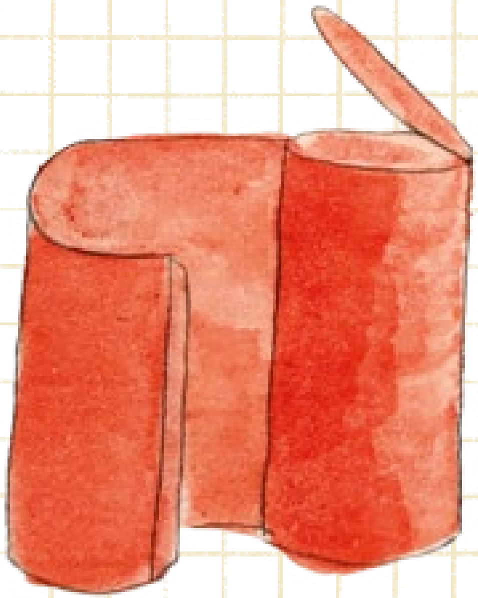
En las habilidades asociadas a los espacios conceptuales o abstractos aparecen resaltadas en negrita las que se promueven con las tareas de este taller. Observe que por su ubicación dentro del proceso cognitivo, el maestro debe trabajar con anterioridad lo relativo al reconocimiento del estudiante al interior de un espacio o entorno inmediato del cual se sienta parte fundamental.

Sobre las tareas...

La tarea principal que se propone a los estudiantes es construir cuerpos empleando cubos de madera, observarlos desde tres posiciones distintas, y dibujar en el papel lo observado mediante, lo que en dibujo técnico se llama, **"vistas"** del cuerpo. Este tipo de tarea puede considerarse una estrategia didáctica útil en el desarrollo del pensamiento geométrico, ya que parte de la manipulación de material concreto para llegar a una representación simbólica de sus características, además, al incluir acciones como la construcción, observación, movimiento, dibujo y medición, permite enmarcarla perfectamente en la denominada **Geometría Activa**, que desde los Lineamientos curriculares se propone como **"una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio".** (MEN, 1998)

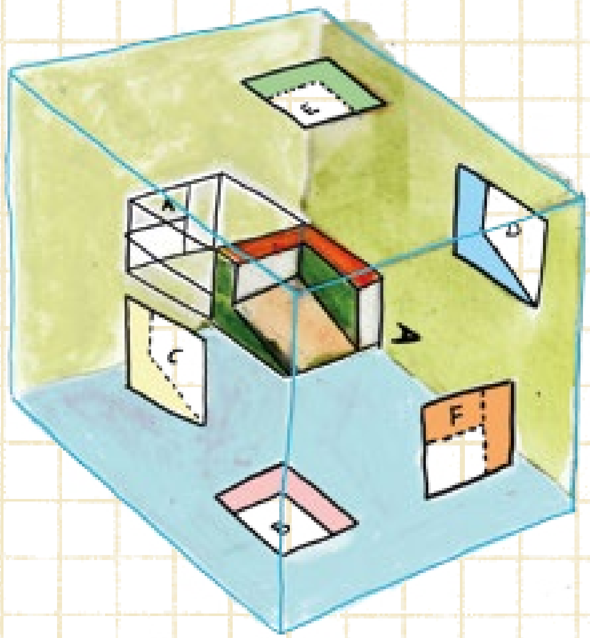


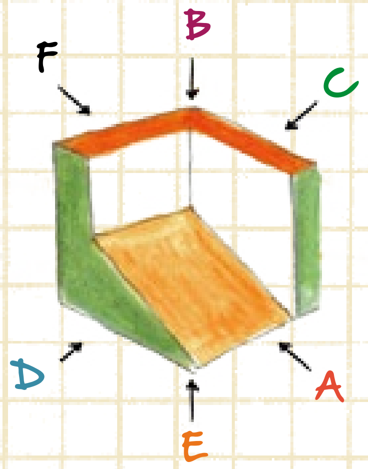
Se trata de priorizar el "hacer" por encima de la contemplación pasiva de figuras en un plano, de propiciarle al estudiante situaciones en las que explore el espacio tridimensional y posteriormente lo represente en lo bidimensional.



Existen varias estrategias para elaborar representaciones planas de objetos tridimensionales; en este taller se plantea la de **figuras de vista múltiple**, la cual hace uso de una serie fragmentada de vistas relacionadas. Desde el dibujo técnico se proponen dos sistemas estandarizados de representación: el americano y el europeo, en ambos casos son necesarias tres vistas para representar con exactitud al objeto, lo que varía es la ubicación de las mismas.

Todos los ejercicios propuestos en la **GUÍA PARA EL ESTUDIANTE** se basan en el **SISTEMA EUROPEO** cuyas tres vistas estándar son: **FRONTAL (O ALZADO), LATERAL IZQUIERDA Y SUPERIOR (O PLANTA)**. Se denominan "vistas" de un objeto a las proyecciones ortogonales del mismo sobre seis planos, dispuestos en forma de cubo, así:





Estas vistas reciben las siguientes denominaciones:

VISTA A vista frontal o **ALZADO**

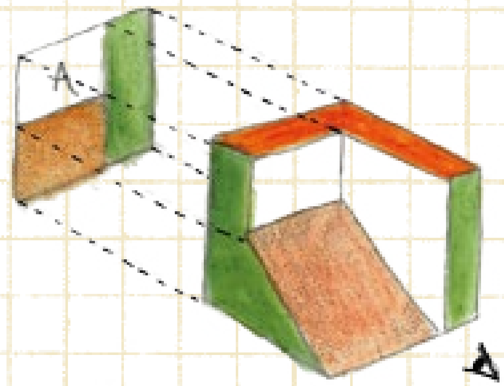
VISTA B vista superior o **PLANTA**

VISTA C vista derecha o **LATERAL DERECHA**

VISTA D vista izquierda o **LATERAL IZQUIERDA**

VISTA E **VISTA INFERIOR**

VISTA F **VISTA POSTERIOR**

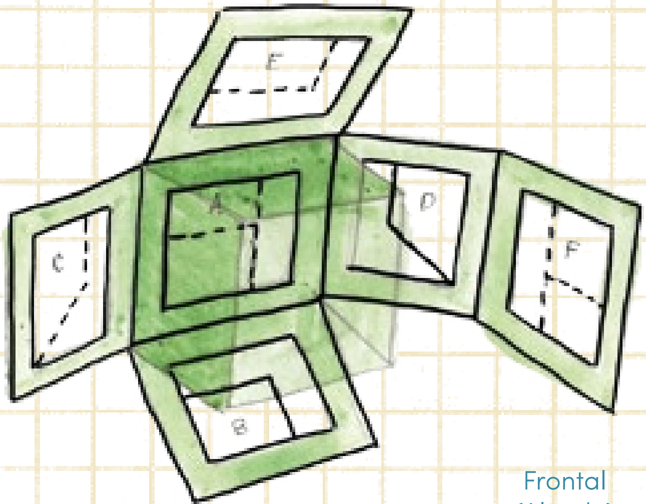


En la gráfica de la derecha pueden verse las líneas que salen del objeto y llegan al plano posterior donde se encuentra la vista frontal (A). Esas líneas, **PERPENDICULARES AL PLANO**, dan lugar a la "proyección ortogonal" del objeto sobre el plano. Observe cómo los colores en la vista se corresponden con los de las caras proyectadas del objeto.

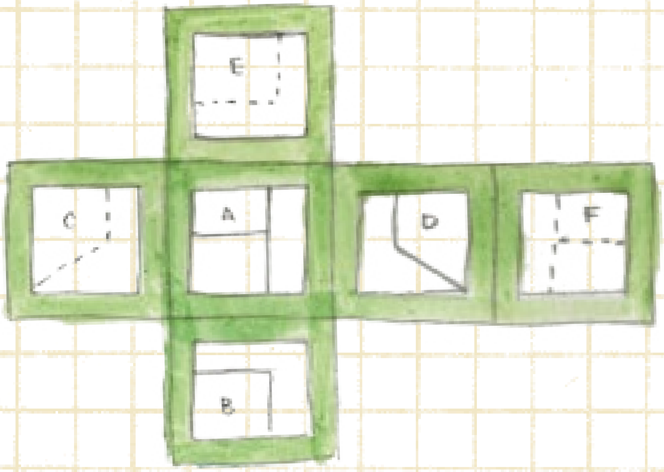
Ilustraciones adaptadas con fines pedagogógicos de:
http://campus.belgrano.ort.edu.ar/educaciontecnologica/comunicaciongrafica1/articulo/165228/guia-teorica-de-vistas

Una vez realizadas las seis proyecciones ortogonales sobre las caras del cubo y dejando fija la cara de proyección frontal (o de alzado A), se procede a desarmar el cubo. Cuando ya se tiene la plantilla de este, se toman únicamente las tres vistas estándar del sistema europeo: frontal (A), superior (B) y lateral izquierda (D):

Cubo que empieza a desarmarse



Vistas del objeto en las caras del cubo



Frontal (Alzado)

Lateral izquierda

Superior (Planta)

Las tres vistas del objeto que son necesarias para representarlo según el **SISTEMA EUROPEO**

Ilustraciones adaptadas con fines pedagogógicos de:
http://campus.belgrano.ort.edu.ar/educaciontecnologica/comunicaciongrafica1/articulo/165228/guia-teorica-de-vistas

Orientaciones didácticas

1 Iniciar el taller hablando de la importancia que tiene el dibujo para algunas disciplinas profesionales, y muy especialmente, el dibujo técnico en los campos de la ingeniería. Con las tareas propuestas, los estudiantes aprenderán el uso de un código o idioma universal: **EL SISTEMA EUROPEO DE REPRESENTACIÓN DE UN OBJETO EN DOS DIMENSIONES.** Este sistema puede ser interpretado en cualquier lugar y por cualquier persona conocedora del mismo.

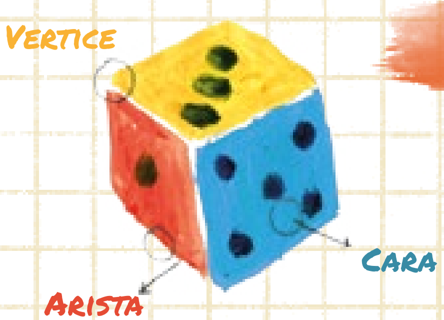
2 Entregar a cada estudiante un dado y hacer un análisis orientado de sus características geométricas: ¿Qué forma tiene?, ¿cuántas caras?, ¿qué es una cara?, ¿cuántos vértices? ¿qué es un vértice?, ¿cuántas aristas?, ¿qué es una arista? Es importante que el docente acompañe con movimientos intencionados de su mano, el conteo y la conceptualización de cada término:

CARA **PALPAR** con el dedo toda la superficie, en este caso, cada cuadrado del dado (cubo).

ARISTA **DESLIZAR** el dedo por la línea que se forma en la unión de dos cuadrados.

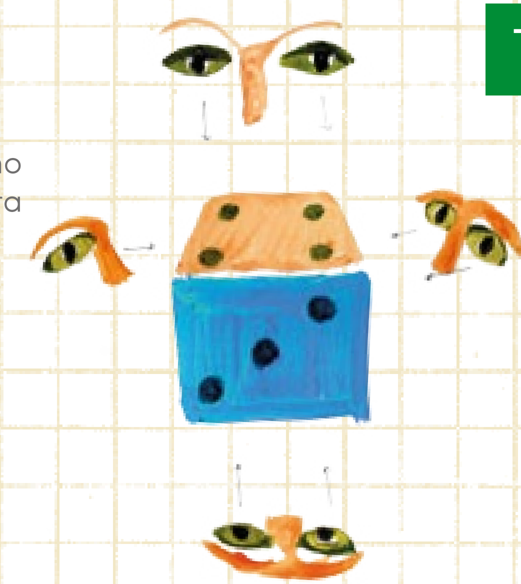
VÉRTICE **UBICAR** el dedo en la esquina (punta) donde se unen tres aristas.

Con este ejercicio se promueve el reconocimiento de elementos **BI-DIMENSIONALES** como las caras, elementos de carácter **UNI-DIMENSIONAL** como las aristas y **CERO-DIMENSIONALES** como los vértices.



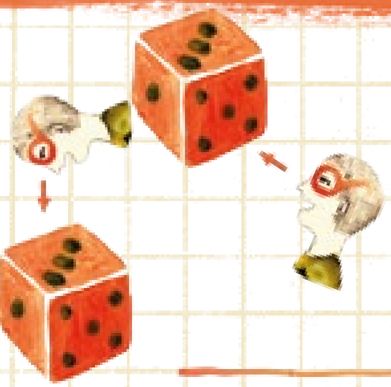
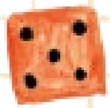
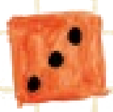
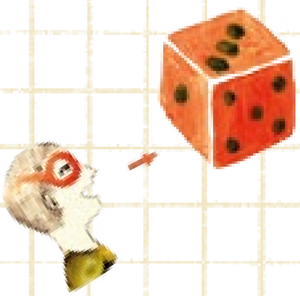
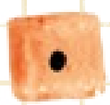
Nº CARAS	Nº ARISTAS	Nº VÉRTICES
6	12	8

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD



3 Pedir a los estudiantes la ubicación del dado sobre una superficie plana como el cuaderno o un libro, y darles las siguientes instrucciones para su correcta observación:

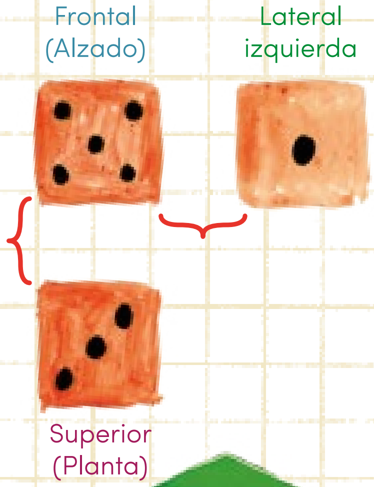
- **A** El objeto tiene que estar a la altura de los ojos, ya sea que el estudiante levante la superficie donde éste se encuentra o que se agache para observarlo.
- **B** Una vez se defina cuál es la ubicación frontal del objeto, este debe permanecer **INMÓVIL**, es el estudiante quien se mueve a su alrededor.
- **C** El orden sugerido para la observación y el dibujo es:

UBICACIÓN DEL OBSERVADOR	DIBUJO DE LA VISTA		INSTRUCCIONES PARA LA OBSERVACIÓN
		Vista frontal (o alzado)	Definir la posición inicial desde la cual se observará el dado, levantarlo a la altura de los ojos y dibujar la vista.
		Vista superior (o planta)	Sin cambiar la ubicación del dado, el observador lo mira desde arriba y dibuja la vista correspondiente.
		Vista lateral izquierda	Nuevamente, con el dado a la altura de los ojos, **EL OBSERVADOR SE MUEVE** para mirar el objeto por la izquierda (izquierda del observador) y dibuja la vista.

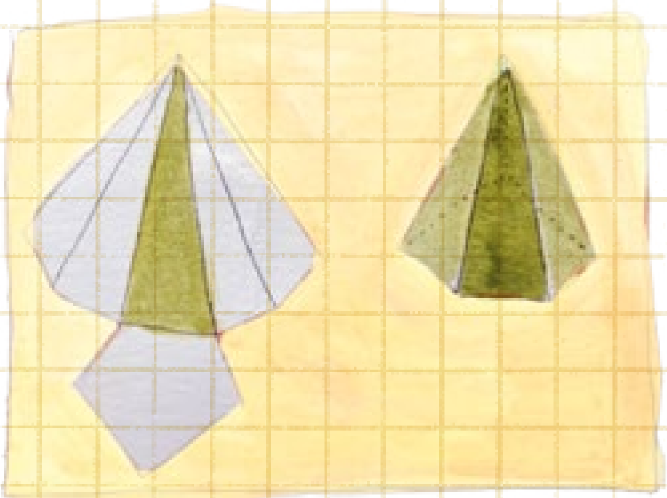
Después de tener las vistas, es necesario indicarle a los estudiantes cómo deben ubicarlas, ya que existe ese lenguaje universal (mencionado en la introducción) que dice: ***"Las tres vistas del objeto se tienen que colocar en una posición concreta, de modo tal que cualquier persona las interprete de la misma forma".***

Se ubica primero la vista frontal y a sus lados las otras dos, así:

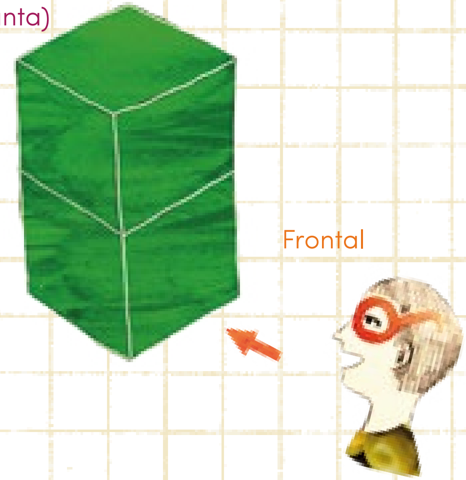
- **Debajo:** la vista superior.
- **A su derecha:** la lateral izquierda.



Los espacios entre vistas (marcados con corchete rojo) tienen que ser iguales. Aparecen en la gráfica de la derecha solo para resaltar su importancia, en la práctica se omiten.



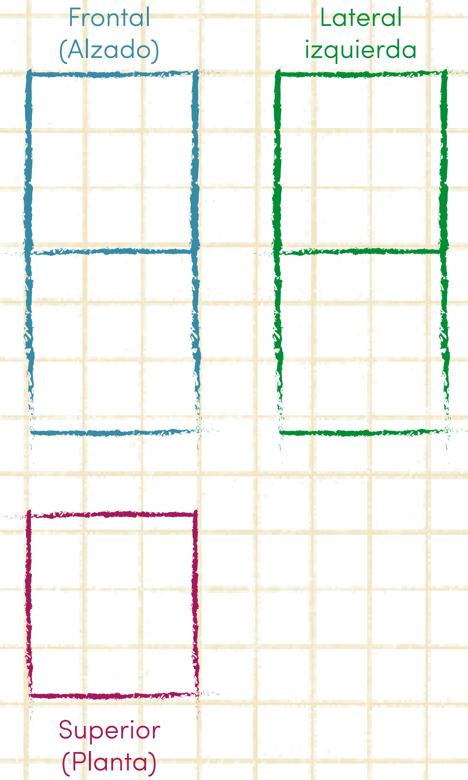
Entregar dos cubos de madera a cada niño y solicitarle la construcción del cuerpo que aparece en la imagen de la derecha. Hacer especial énfasis en la ubicación inicial del observador, acto seguido solicitarle el dibujo de las tres vistas respectivas en la posición correcta.

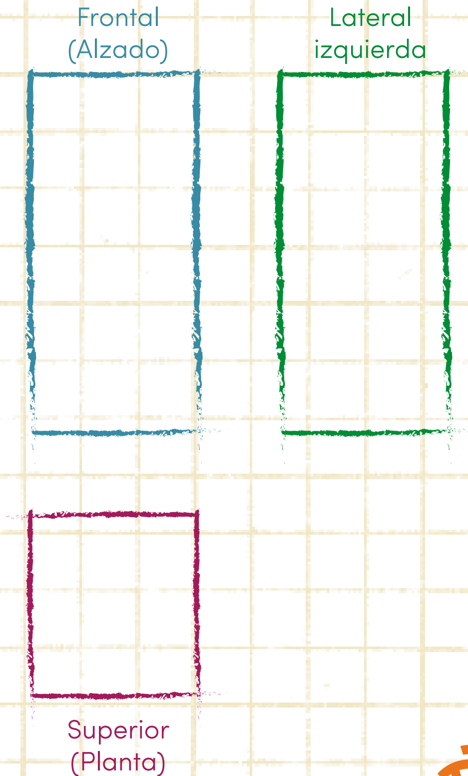


alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

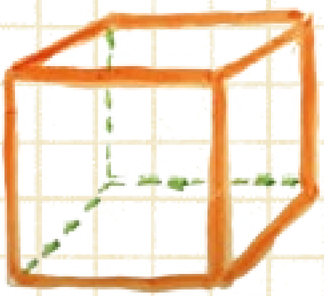
Al socializar el trabajo de los estudiantes es posible encontrar dibujos de vistas que tienen marcadas las divisiones internas, situación que le brinda al maestro la oportunidad de hacer una observación fundamental: ***"Cuando dos cuadrados se puedan tocar de manera continua, es decir, no es necesario levantar el dedo del cuerpo, se omite el dibujo de las divisiones internas".***

Posible propuesta de los estudiantes	Propuesta sugerida por el docente

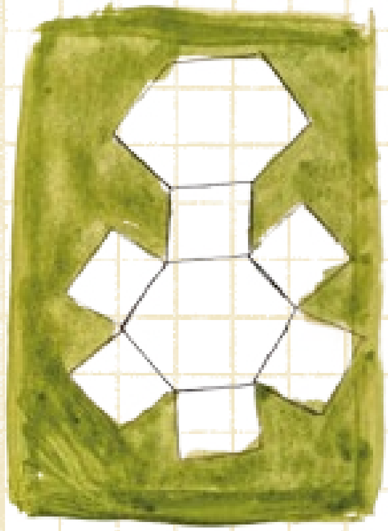




5 Después de los ejercicios anteriores se sugiere hacer entrega a cada estudiante de la **Guía para el estudiante**, revisarla paso a paso y aclarar las dudas que surjan. Cuando aparezca en la Guía el ejercicio de los dos cubos, se introducen los conceptos de volumen y área superficial sin entrar en definiciones complejas. Tal como allí se sugiere, se les indica que el cubo será la unidad de volumen y una cara de este se tomará como la unidad de área, de esta forma, si el cuerpo a estudiar es un solo cubo, sería:



Para el volumen ¿Cuántos cubos se utilizaron en la construcción del cuerpo?	1
Para el área superficial ¿Cuántos cuadrados se le pueden tocar? Nota: no deben olvidarse los cuadrados que están en contacto con la superficie.	6



Referencias

Gonzato, M., Fernández, T., Godino, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. Números, Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 77, páginas 99–117. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Articulos_05.pdf

Gutiérrez Mesa, J. y otros autores. (2006). Módulo 4: Pensamiento espacial y sistemas geométricos. Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.

MEN. (1998). Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá.

Ort campus virtual. (2014). Guía teórica de vistas. Recuperado de http://campus.belgrano.ort.edu.ar/educaciontecnologica/comunicaciongrafica1/articulo/165228/guia-teorica-de-vistas

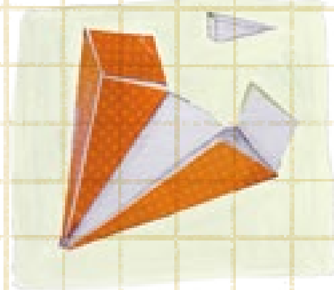
Todo por el arte (2010). Los sistemas en perspectiva. Recuperado de http://mariace-todoporelarte.blogspot.com/2010_02_01_archive.html

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

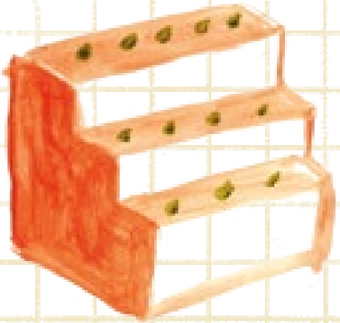
TALLER No 6

Del espacio al plano

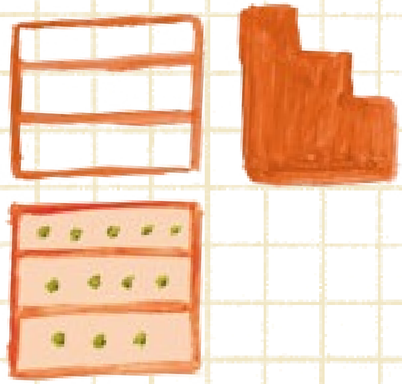
Guía para el estudiante



Del espacio...



Al plano



¿Cómo pasar del espacio al plano?

Con los cubos que tendrás a la mano podrás construir diferentes cuerpos y luego de observarlos detenidamente, ¡dibujarás en el plano lo que ves!

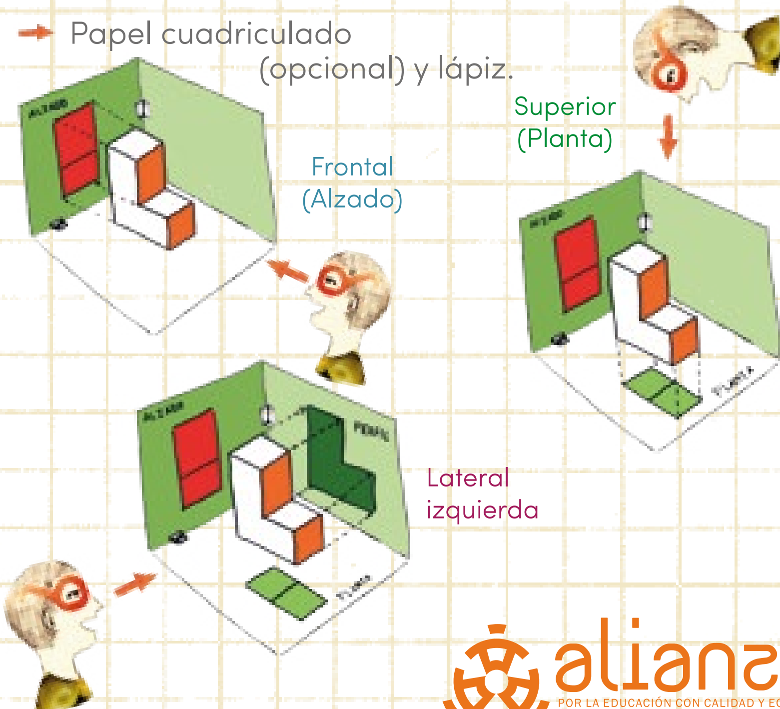
¿Qué tan buen observador eres? ¡Descúbrelo!

Lo que comprenderás

- Representarás objetos tridimensionales a partir de sus vistas.
- Calcularás áreas superficiales y volúmenes de objetos.

Los materiales

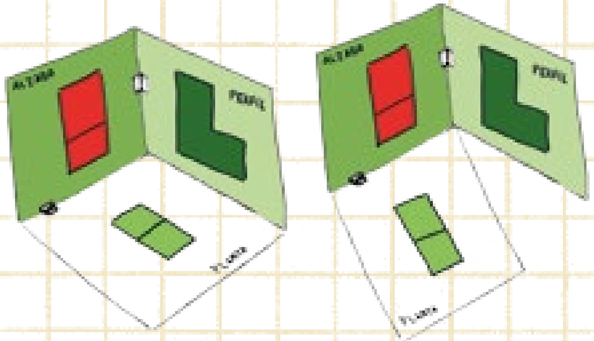
- Cubos.
- Papel cuadriculado (opcional) y lápiz.



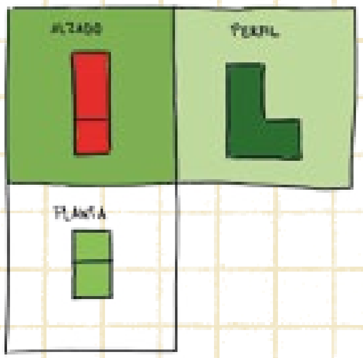
Lo que debes explorar y experimentar

Antes de iniciar los ejercicios, te cuento que la forma de **representar un objeto en el plano** es a partir de sus **vistas**, te preguntarás ¿Qué son las vistas? Son las proyecciones de ese cuerpo sobre tres planos. Mira el siguiente gráfico:

Cuando las tres caras de ese cubo empiezan a extenderse...



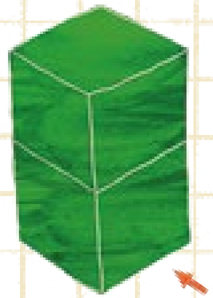
Quedan las vistas del cuerpo, asi:



TAREA Nº 1. DEL ESPACIO AL PLANO

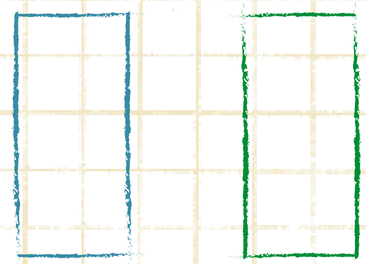
Mira el siguiente ejemplo:

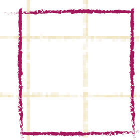
Este cuerpo se construye con dos cubos que comparten una cara. A la derecha podrás ver las tres vistas en el plano:



Vista Frontal (Alzado)

Vista Lateral izquierda





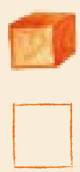
Vista superior (Planta)

VOLUMEN:
2 cubos

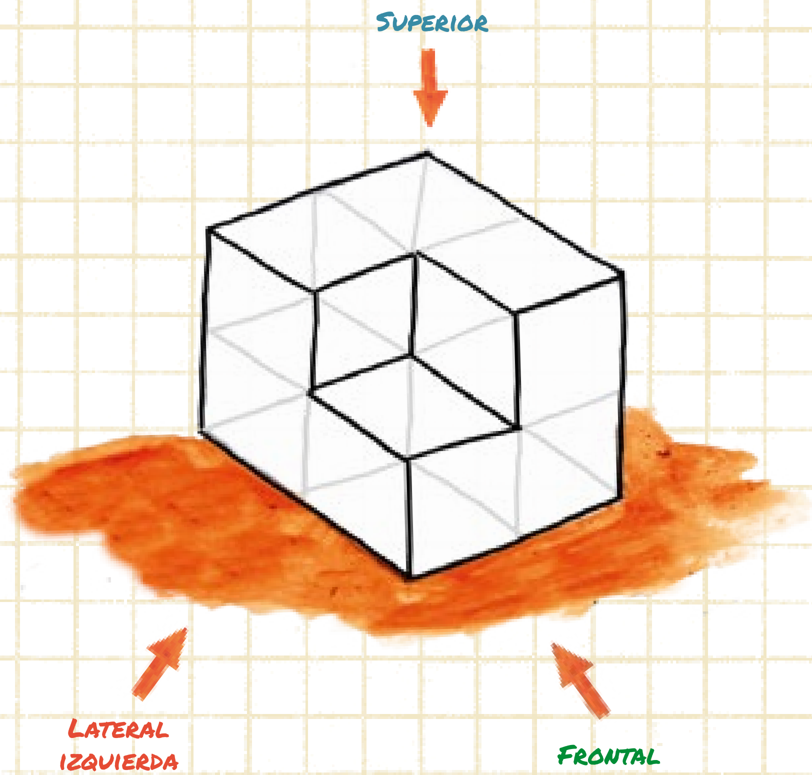
ÁREA SUPERFICIAL:
10 cuadrados

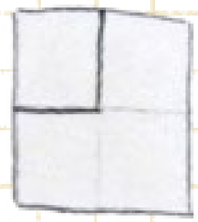
Para cada uno de los cuerpos que vas a construir debes calcular su volumen y su área superficial. En otras palabras:

- Cuando calcules el **VOLUMEN** debes responder la pregunta ¿Cuántos **CUBOS** necesitaste para construir el cuerpo?
- Cuando calcules el **ÁREA SUPERFICIAL**, debes responder la pregunta ¿Cuántos **CUADRADOS** le puedes tocar?

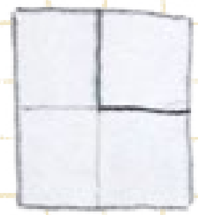


- Reconstruye con cubos el siguiente cuerpo, ubícalo frente a ti de acuerdo a la flecha que indica: frontal. Obsérvalo detenidamente y escribe en las vistas de la derecha a cuál corresponde la superior, frontal y lateral izquierda.

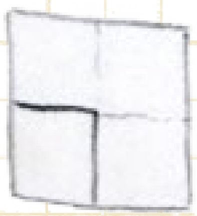




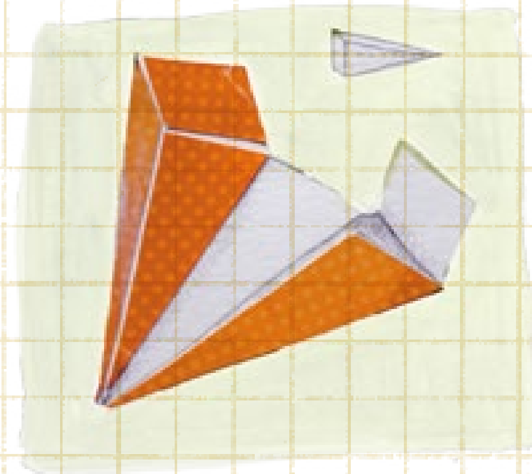
(a) Vista ______



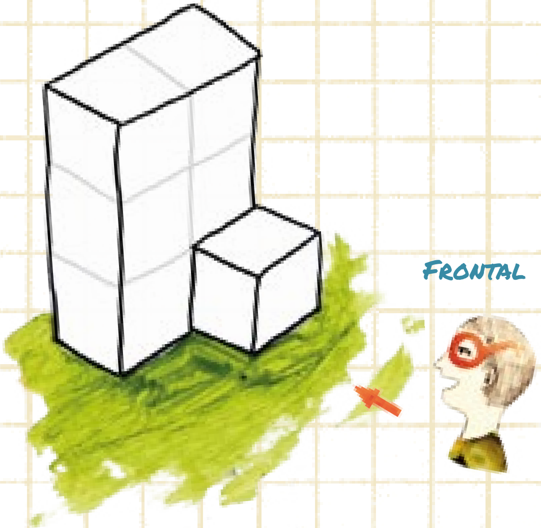
(b) Vista ______



(c) Vista ______



Dibuja las vistas de los siguientes cuerpos y calcula para cada uno el volumen y el área superficial.



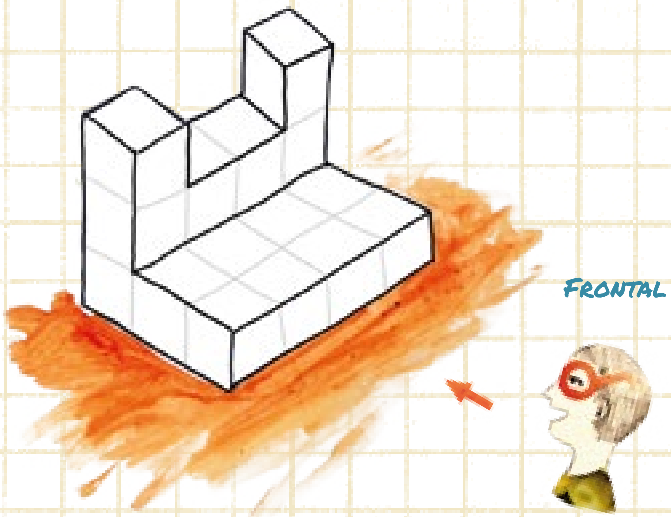
Vista Frontal (Alzado)

Vista Lateral izquierda

Vista superior (Planta)

VOLUMEN: ______

ÁREA SUPERFICIAL: ______



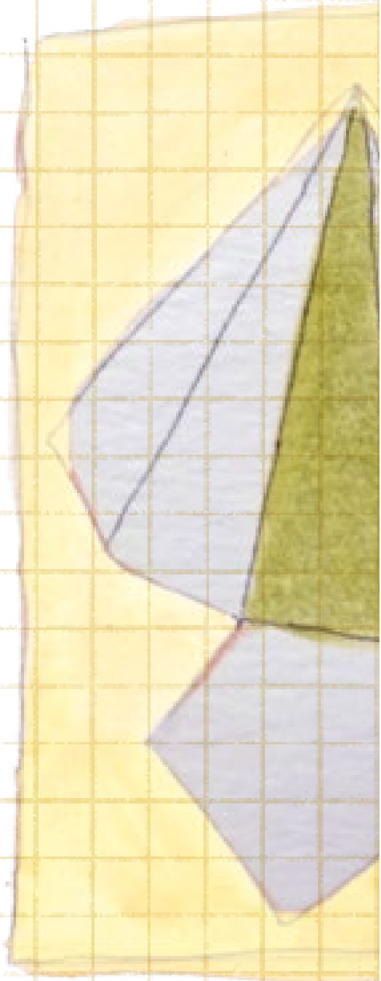
Vista Frontal (Alzado)

Vista Lateral izquierda

Vista superior (Planta)

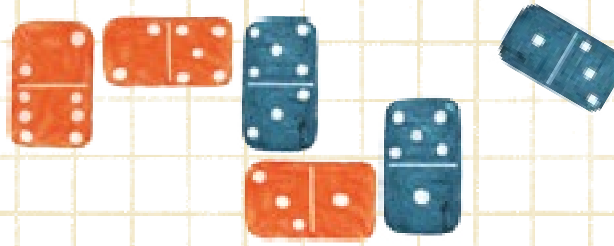
VOLUMEN: ______

ÁREA SUPERFICIAL: ______

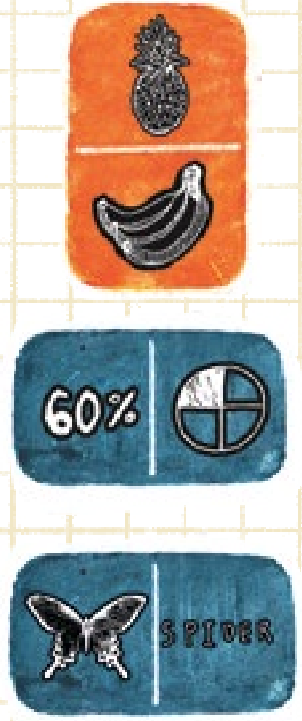


MAS ALLÁ DEL JUEGO... ¿CÓMO CONSTRUIR UN DOMINÓ?

GUÍA PARA EL DOCENTE



Los juegos tienen ese componente motivador que logra cautivar el interés de todas las personas sin distinción de edad. La invitación a jugar evoca situaciones agradables, en las que el compartir y estar alegres son sus premisas fundamentales. Favorecer espacios de este tipo en el aula de clase no solo propicia un ambiente tranquilo y de disposición de los estudiantes, sino que les abre caminos hacia el aprendizaje cuando este se hace con una intención didáctica, no es el juego por el juego, es el juego como herramienta que le ayuda al maestro a complementar un proyecto particular de enseñanza, ya sea para diagnosticar saberes previos, para introducir un concepto nuevo, para afianzar conceptos vistos con anterioridad o para evaluar sus aprendizajes.



El dominó es un juego de mesa muy común del cual se pueden encontrar variantes comerciales con propósitos de enseñanza, tal es el caso del dominó de frutas, de animales, de fracciones, de figuras geométricas, de números naturales, entre otros. La invitación de este taller no es precisamente a jugar, es a hacerse preguntas como: ¿Los dominó que venden en el mercado cumplen con los criterios de construcción de un dominó? ¿Cuáles son esos criterios? ¿Puede tener un dominó más de 28 fichas, o menos? ¿Cómo construir un dominó con las condiciones apropiadas para un fin educativo específico? Una vez resueltos estos interrogantes se estará en capacidad de construir **CUALQUIER DOMINÓ** y para **CUALQUIER ÁREA**, dependiendo de la necesidad del docente.

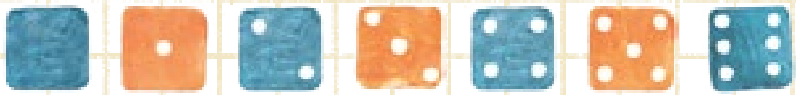
Cuando el maestro tenga claros los principios de construcción de un dominó y haya diseñado algunos de ellos, puede enseñar la técnica a sus estudiantes, pues moviliza conceptos relacionados con el pensamiento numérico, variacional y aleatorio. En la **GUÍA PARA EL ESTUDIANTE** se propone el diseño de un dominó de 10 fichas, suficiente para determinar si se ha comprendido la estrategia.

Estructura del dominó clásico

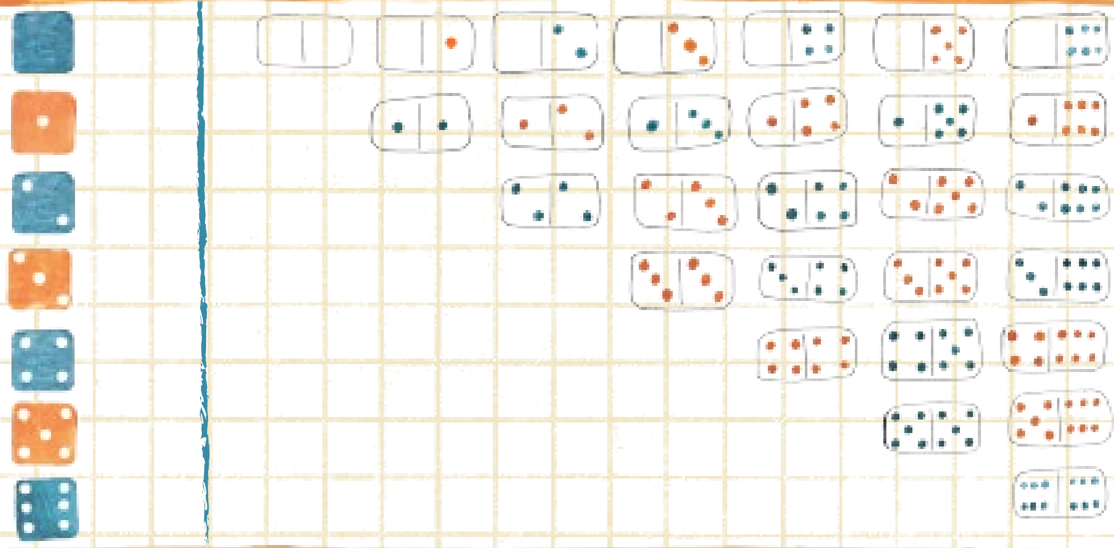
El dominó tradicional emplea **7 elementos** para su construcción, ellos son la representación en puntos de los números del cero al seis **(0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6)**, así:

Números empleados	0	1	2	3	4	5	6

Representación en puntos



Las 28 fichas del juego son el resultado de todas las posibles **combinaciones** de estos 7 elementos:



Combinaciones con:	Fichas	Cantidad de fichas
		7
		6
		5
		4
		3
		2
		1
	Número total de fichas de un dominó tradicional	28

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Tal como se puede ver en la tabla anterior, se inicia con todas las combinaciones posibles del primer elemento: la blanca, con los otros seis (1, 2, 3, 4, 5 y 6); a medida que se pasa a las posibles combinaciones del siguiente elemento se disminuye la cantidad en una ficha porque no se repiten combinaciones. De esta forma se genera un arreglo escalonado con 7 fichas en la primera fila, 6 en la segunda, 5 en la tercera, 4 en la cuarta, 3 en la quinta, 2 en la sexta y 1 en la séptima. Una manera de encontrar el número de fichas de un dominó de 7 elementos es: **¡SUMANDO LOS 7 PRIMEROS NÚMEROS NATURALES!**

$$1+2+3+4+5+6+7=28$$

El número de fichas de un dominó depende entonces de la cantidad de elementos elegidos para su construcción, en el caso del dominó tradicional, tiene 28 fichas porque se emplean 7 elementos (0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6). Una forma rápida de calcular el número total de fichas en un dominó de **n elementos**, es sumando los números naturales hasta el número **n de elementos** que lo componen. Por ejemplo, si se quiere construir un dominó cuya ficha máxima sea la “doble 7”, tiene 8 elementos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7) por lo que la cantidad de fichas de dicho dominó es **36**:

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36$$

A propósito de esta particularidad, una nota histórica descrita por Carrillo (2002) de cómo el alemán Carl Friedrich Gauss, apodado “El príncipe de las matemáticas” encontró la expresión para la suma de los n primeros números naturales $(1+2+3+4+5+....+n)$:

"De niño Gauss asistió a la escuela local, dirigida por un maestro de costumbres rutinarias. Un día, con el fin de mantener la clase atareada y en silencio durante un buen rato, el maestro tuvo la idea de hacer sumar a sus alumnos todos los números del 1 al 100, ordenándoles además que, según fuera terminando cada uno esta tarea, deberían colocar su pizarra sobre la mesa del maestro. Casi inmediatamente colocó Carl su pizarra sobre la mesa, diciendo: "Ya está"; el maestro lo miró desdeñosamente mientras los demás trabajaban con ahínco. Cuando todos hubieron terminado y el maestro revisó al fin los resultados obtenidos, se encontró con la sorpresa notable de que la única pizarra en la que aparecía la respuesta correcta: 5050, sin ningún cálculo accesorio, era la de Gauss. El muchachito de ocho años había hecho evidente el cálculo mental de sumar la progresión aritmética $1+2+3+\dots 98+99+100$ asociando parejas de términos igualmente alejados de los extremos, es decir, esencialmente utilizando la fórmula $\frac{n(n+1)}{2}$ con $n = 100$ "

Carl Friedrich Gauss

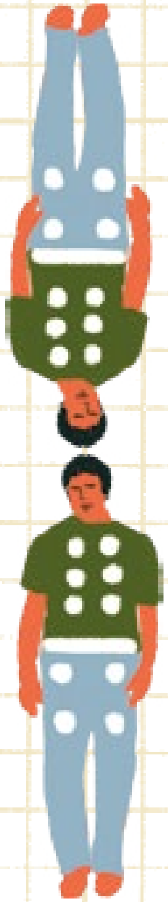
EL PRINCIPE DE LAS MATEMATICAS

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Se dice que la explicación que dio Gauss a su maestro fue: "Mire maestro, antes de empezar a sumar mecánicamente los 100 primeros números me di cuenta que si sumaba el primero y el último obtenía 101; al sumar el segundo y el penúltimo también obtenía 101, de igual forma al sumar el tercero con el antepenúltimo, y así sucesivamente hasta llegar a los números centrales que son 50 y 51, que también suman 101; son 50 parejas de números y cada una suma 101. **ENTONCES LO QUE HICE FUE MULTIPLICAR 101 X 50 PARA OBTENER MI RESULTADO DE 5050"**

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = ?$$

$$
\begin{array}{l}
1 + 100 = 101 \\
2 + 99 = 101 \\
3 + 98 = 101 \\
4 + 97 = 101 \\
\dots \\
48 + 53 = 101 \\
49 + 52 = 101 \\
50 + 51 = 101
\end{array}
\quad \text{50 VECES}
$$



Otra forma de llegar a este resultado es escribiendo dos veces la suma que se desea, una debajo de la otra con cuidado de iniciar la segunda en orden decreciente, de mayor a menor; luego se procede a sumar. Para seguir con el ejemplo del dominó clásico de 7 elementos se tiene que la cantidad de fichas es:

$$
\begin{array}{c}
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 \\
7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\
\hline
\underbrace{8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}_{\text{7 veces 8}}
\end{array}
$$

Cada pareja suma 8 ¿Cuántas veces aparece el 8? 7 veces. ¡El número de elementos! Al sumar 7 veces el 8 se obtiene el resultado de haber sumado dos veces los números del 1 al 7 porque se escribió dos veces, luego hay que dividirlo entre 2:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 56$$

$\frac{56}{2} = 28$ o $\frac{7(8)}{2} = 28$ o $\frac{7(7+1)}{2} = 28$

o $\frac{n(n+1)}{2}$ Suma de los n primeros números naturales,con $n=7$

o $\frac{n(n+1)}{2}$ Número de fichas de un dominó con n elementos

- **¿En cuántos cuadrados aparece el mismo elemento?**

Una ficha del dominó se forma por la unión de dos cuadrados, en cada uno de los cuales se ubican los elementos seleccionados. Si el dominó tiene 28 fichas, entonces tiene 56 cuadrados. Ahora, **¿en cuántos cuadrados aparece el mismo elemento?** Esta pregunta es fundamental para comprender su estructura. Observe la Figura 1 en la que se señalan los cuadrados donde se ubica el elemento: **blanca**. Son 8 en total.

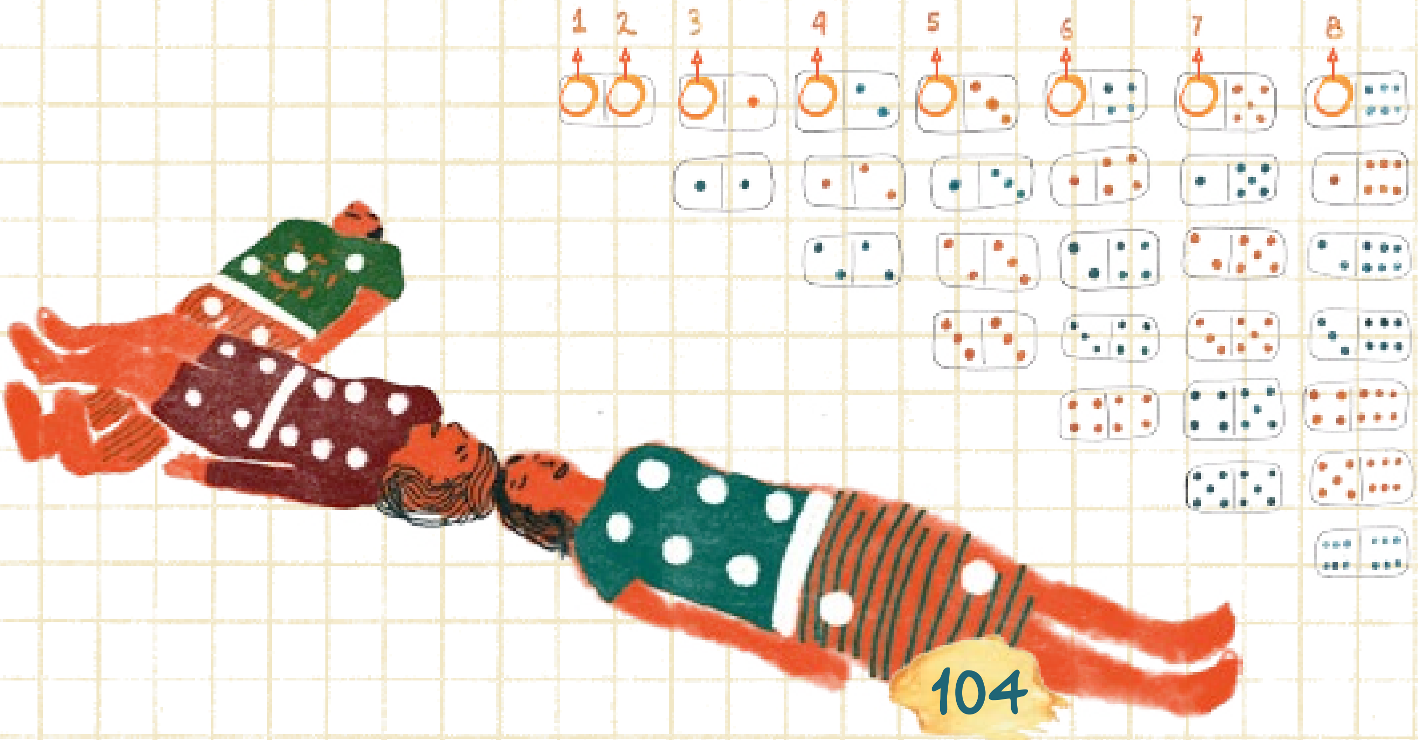


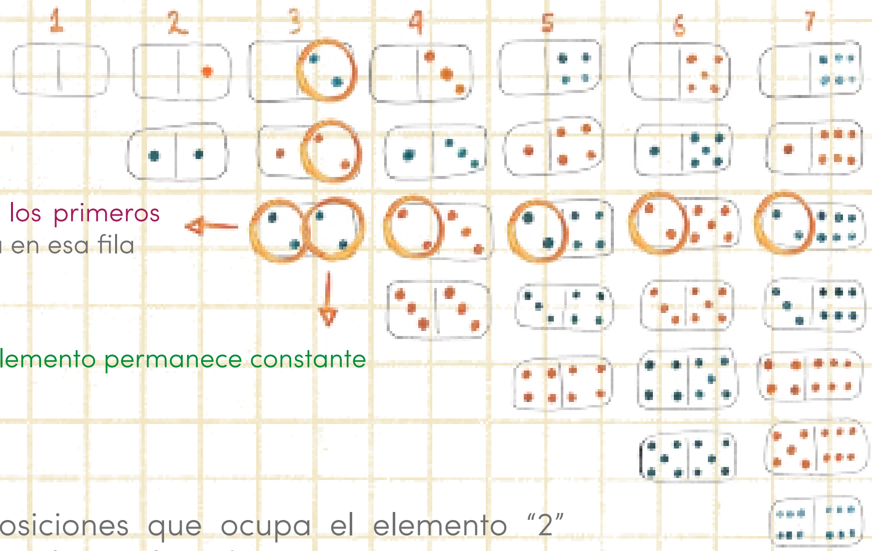
Figura 1. Cuadrados de ubicación para el elemento “blanca” dentro del arreglo escalonado.

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Si se cuenta el número de cuadrados en los que aparece el "1" se llega al mismo resultado: **8**. Cada elemento se ubica en ocho cuadrados; de lo anterior es posible encontrar otra relación importante para el diseño de un dominó: **"EL NÚMERO DE CUADRADOS EN LOS QUE SE UBICA UN MISMO ELEMENTO, ES EL NÚMERO DE ELEMENTOS MÁS UNO"**. Por ejemplo, si un dominó se construye a partir de 8 elementos, cada uno de ellos aparecerá en 9 cuadrados (8+1). No debe confundirse número de cuadrados con número de fichas.

¿QUÉ REGULARIDADES SE OBSERVAN?

La ubicación de los elementos en el arreglo escalonado cumple con una regularidad. En la Figura 2 se resaltan las 8 posiciones del elemento "2". Observe la **COLUMNA 3** y la **FILA 3**. En las fichas de la columna, el "2" ocupa el segundo cuadrado de cada una, la ficha 3 es "la doble 2" y en la fila 3 pasa a ocupar los primeros cuadrados de cada ficha.



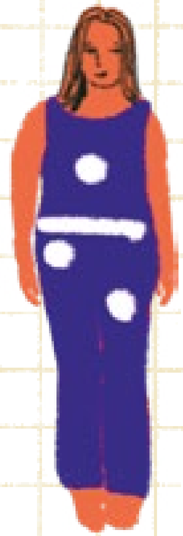
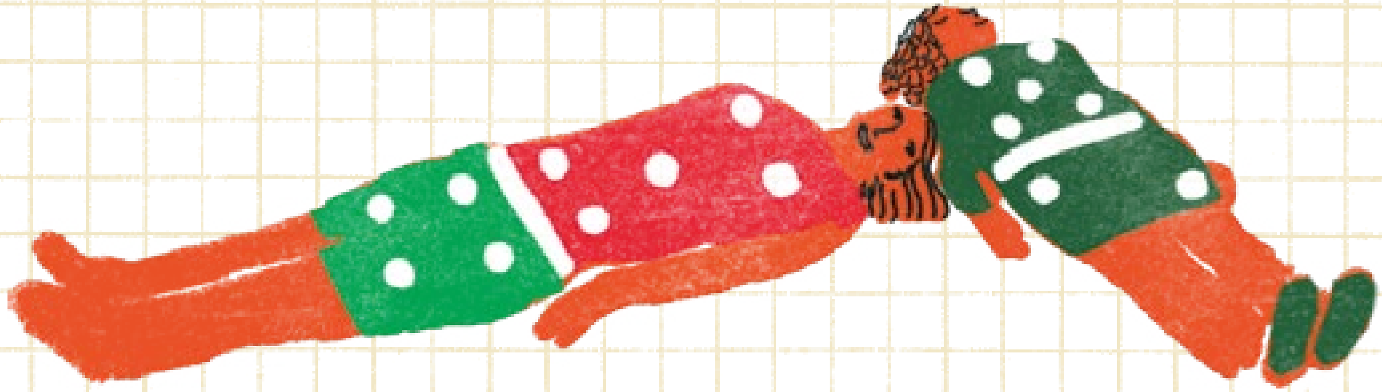


FIGURA 2. Posiciones que ocupa el elemento "2" dentro del arreglo escalonado.



Ahora, si bien en los segundos cuadrados de cada columna hay una constante, en los primeros cuadrados hay algo que varía, en el caso del dominó clásico, aparecen en su orden los elementos seleccionados: 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Concepto de equivalencia

Una constante en el dominó tradicional es que cada elemento se repite las ocho veces con la misma imagen. En el diseño de un dominó, variar estas representaciones lo hace más interesante y complejo porque se trata de buscar equivalencias a un elemento dado. ¿Cuántas? Eso depende del número de cuadrados en los que aparezca.

La habilidad para buscar equivalencias es lo que potencia el juego del dominó, la unión de dos fichas solo es posible si sus imágenes son las mismas o aluden a lo mismo, es decir son equivalentes de acuerdo a un principio dado (para el caso en la Figura 3, el valor en dos cuadros de fichas consecutivas es el mismo). El concepto de igualdad está implícito aunque no aparezca el signo (=), hecho que puede aprovecharse en el diseño de dominós aritméticos y por qué no, algebraicos.

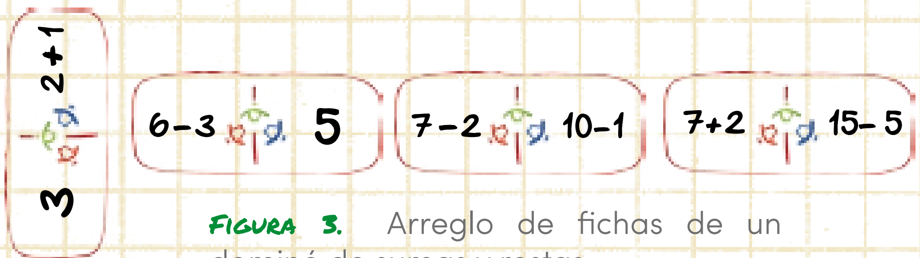


Figura 3. Arreglo de fichas de un dominó de sumas y restas.

Por ejemplo, un dominó de sumas con expresiones como las mostradas en la Figura 3 permite que los estudiantes amplíen el significado del signo igual, pasando del "total o resultado de una operación aritmética" a "un indicador de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo". En otras palabras, dado que el valor en los dos cuadros contiguos de dos fichas consecutivas es el mismo, y dicho valor se representa a partir de dos expresiones aritméticas diferentes, entonces se puede hacer una interpretación bidireccional a la igualdad (que se pueda leer tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda), y además, se puede ver que la equivalencia de ambas expresiones se da en relación a que representan el mismo valor. De esta manera se rompe con la lectura unidireccional de expresiones aritméticas (sentido izquierda a derecha) en el que después del igual solo puede ir el resultado.

Esto es fundamental, pues un buen trabajo en la comprensión del signo igual constituye un avance significativo para el razonamiento algebraico, ya que es uno de los pilares para la manipulación de expresiones y ecuaciones algebraicas.

Construcción de un dominó cualquiera

La secuencia de pasos para la construcción de un dominó cualquiera se muestra a partir de un ejemplo.

1. Elija el propósito del juego y el número de elementos diferentes que tendrá el dominó. (Recuerde que del número de elementos depende el número total de fichas del juego).

Propósito: reconocer y comprender las diferentes formas de representación que tienen los números racionales: fracción, porcentaje, decimal y gráfico.

Número de elementos: 4: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$

2 Calcule el número de fichas en función del número de elementos:

$n = 4$ (número de elementos)

Número de fichas del dominó $= \dfrac{n(n+1)}{2}$

Número de fichas del dominó $= \dfrac{4(4+1)}{2} = \dfrac{20}{2} = 10$ fichas

3 Determine el número de cuadrados en los que aparecerá cada elemento:

Número de cuadrados para cada elemento $= n+1$

Número de cuadrados para cada elemento $= 4+1 = 5$

4 Construya una tabla que contenga los siguientes datos:

Número de columnas = número de elementos

Número de filas = número de cuadrados por elemento

Ubique en las celdas de la primera fila los elementos seleccionados. DEBAJO DE CADA UNO IRÁN LAS DIFERENTES EQUIVALENCIAS DE ESE ELEMENTO.

	A	B	C	D
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$
2				
3	0,25	0,5	0,75	1
4	$\frac{25}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{100}{100}$
5	25%	50%	75%	100%

5 Tenga en cuenta la Figura 4 para trasladar la información consignada en cada celda de la tabla al arreglo escalonado.

	A	B	C	D
1	A1	B1	C1	D1
2	A2	B2	C2	D2
3	A3	B3	C3	D3
4	A4	B4	C4	D4
5	A5	B5	C5	D5

A1 | A2	A3 | B1	A4 | C1	A5 | D1
	B3 | B2	B4 | C2	B5 | D2
		C4 | C3	C5 | D3
			D5 | D4

FIGURA 4. Estrategia para la construcción de un dominó cualquiera.

Para el ejemplo que se viene trabajando:

	A	B	C	D
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$
2				
3	0,25	0,5	0,75	1
4	$\frac{25}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{100}{100}$
5	25%	50%	75%	100%

$\frac{1}{4}$ | 	0,25 | $\frac{1}{2}$	$\frac{25}{100}$ | $\frac{3}{4}$	25% | $\frac{4}{4}$
	0,5 | 	$\frac{50}{100}$ | 	50% | 
		$\frac{75}{100}$ | 0,75	75% | 1
			100% | $\frac{100}{100}$

Orientaciones didácticas

1. Dividir el grupo de estudiantes en equipos de 4 personas y entregar un dominó tradicional. Son suficientes dos o tres rondas del juego para que se familiaricen con sus reglas.

2. Llevar variantes del dominó construidos con anterioridad; pueden ser numéricos, geométricos, entre otros, y jugar una ronda con cada uno.

Sugerencia: Para el trabajo con los niños más pequeños se le pueden hacer modificaciones al dominó tradicional cambiando las formas de los arreglos de puntos; por ejemplo, para representar el 3 siempre se hace con 3 puntos solo que en distribuciones distintas (que no lo vean siempre igual) para favorecer estrategias de conteo.

3. Solicitar a cada grupo la organización de las fichas de tal manera que se evidencie un patrón de construcción. Pasados unos minutos la mayoría de los equipos proponen el arreglo escalonado. Dibujarlo en el tablero y hacer preguntas intencionadas permite comprender su estructura. Algunas de ellas pueden ser:

- ¿Cuántas fichas tiene un dominó?
- ¿Puede tener un dominó más de 28 fichas, o menos?
- Al observar las columnas del arreglo escalonado ¿Qué varía? ¿Qué permanece constante?

Carl Friedrich Gauss

EL PRINCIPE DE LAS MATEMATICAS

Contar la historia de Gauss y relacionarla con el número de fichas del dominó vincula los pensamientos numérico, variacional y aleatorio. Dependiendo de la edad de los estudiantes se trabaja en la formalización matemática, ya sea desde las progresiones aritméticas o desde la combinatoria con repetición.

4 Construir un dominó de ejemplo haciendo uso de la tabla y el arreglo escalonado.

5 Entregar por equipos la Guía para el estudiante en la que se les propone el diseño de un dominó de 4 elementos (10 fichas).

Referencias

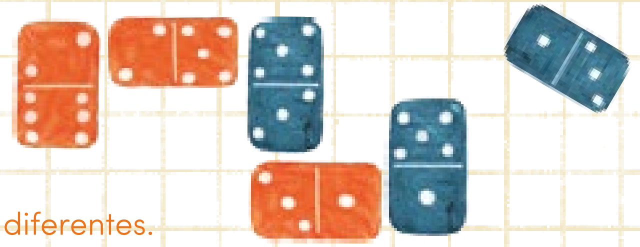
Carrillo, F. (2002). El príncipe de las matemáticas. Apuntes de historia de las matemáticas. Vol. 1, N°2, 27-38. Recuperado de http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-2-3-gauss.pdf

T7

TALLER No7

MÁS ALLÁ DEL JUEGO..
¿CÓMO CONSTRUIR UN DOMINÓ?

GUÍA PARA EL ESTUDIANTE



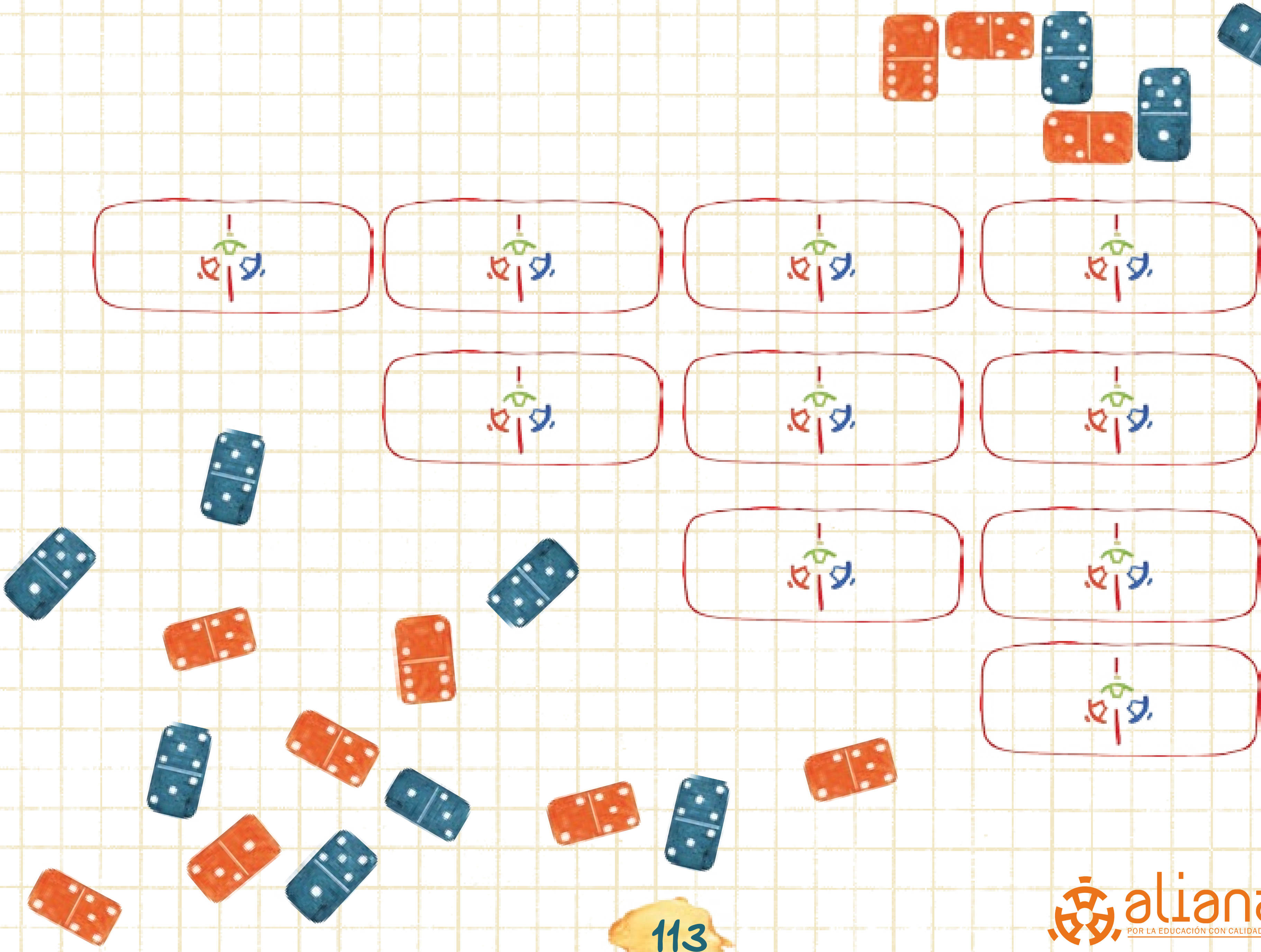
Tarea: Construye un dominó con 4 elementos diferentes.

Elementos

Veces que se repite el elemnto en el juego

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD



alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

Referencias

- Agrasar, M. Chara, S. (2004). *Juegos en matemática EGB1. El juego como recurso para aprender. Material para docentes.* Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Buenos Aires, Argentina.
- Álvarez, E. (2003). *Elementos de Geometría.* Medellín. Editorial Universidad de Medellín.
- Carrillo, F. (2002). *El príncipe de las matemáticas.* Apuntes de historia de las matemáticas. Vol. 1, N°2, 27-38. Recuperado de http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-2-3-gauss.pdf
- Gonzato, M., Fernández, T., Godino, J. (2011). *Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial.* Números, Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 77, páginas 99–117. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Articulos_05.pdf
- Gutiérrez Mesa, J. y otros autores. (2006). *Módulo 4: Pensamiento espacial y sistemas geométricos.* Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.
- Iglesias, M. (2009). *Ideas para enseñar el Tangram en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.* Revista iberoamericana de educación matemática. Número 17, páginas117-126. ISSN: 1815-0640. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union_017_014.pdf
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares. Matemáticas.* Bogotá.
- Molina, M. (2009). *Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria.* PNA, 3(3), 135-156. Recuperado de: http://digibug.ugr.es/bi stream/10481/3475/1/Molina2009Una.pdf
- Obando, G., Vanegas, D., Vásquez, N. (2006). *Módulo 1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.* Medellín. Editorial Artes y Letras Ltda.
- Obando, G., Vasco, C. E., Arboleda, L. (2013). *Razón, proporción, proporcionalidad: configuraciones epistémicas para la educación básica.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/4193/1/ObandoRazonALME2013.pdf
- Posada, M. y otros autores. (2005). *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas.* Medellín. Digital Express Ltda.
- Rodríguez, C., Sarmiento, A. (2002). *El Tangram y el plegado: dos recursos pedagógicos para aproximarse a la enseñanza de las fracciones propias.* Revista Ema, VOL. 7, Nº 1, 84-100. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1149/1/83_Rodr%C3%ADguez2002El_RevEMA.pdf
- Socas, M., Camacho, M., Palarea, M., & Hernández, J. (1996). *Iniciación al álgebra.* Madrid. Editorial Síntesis.

alianza
POR LA EDUCACIÓN CON CALIDAD Y EQUIDAD

ESTÁNDARES POR TALLER

CONVENCIONES POR PENSAMIENTO

- ● NUMÉRICO
- ⊙ ESPACIAL
- ○ VARIACIONAL
- ⊖ MÉTRICO

CONVENCIÓN

T1	Taller 1 Descomponiendo
T2	Taller 2 Números Des-compuestos
T3	Taller 3 La feria del múltiplo
T4	Taller 4 Fraccionando el cuadrado
T5	Taller 5 Fracciones de colores
T6	Taller 6 Del espacio al plano
T7	Taller 7 Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?

Grado	Taller	Pensamiento	Nombre del taller	Estándar
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Describo, comparo y cuantifico situaciones con números,en diferentes contextos y con diversas representaciones
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas – para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas – para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
1º - 3º	T1	●	Descomponiendo	Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
1º - 3º	T1	○	Descomponiendo	Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
1º - 3º	T1	○	Descomponiendo	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.
1º - 3º	T1	○	Descomponiendo	Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.
4º - 5º	T1	●	Descomponiendo	Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
4º - 5º	T1	●	Descomponiendo	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
4º - 5º	T1	●	Descomponiendo	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
4º - 5º	T1	●	Descomponiendo	Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
4º - 5º	T1	●	Descomponiendo	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).
1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones
1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas – para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal
1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas–para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.
1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.

1º - 3º	T2	●	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
1º - 3º	T2	○	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
1º - 3º	T2	○	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.
4º - 5º	T2	●	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
4º - 5º	T2	●	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
4º - 5º	T2	●	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
4º - 5º	T2	●	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
4º - 5º	T2	●	Números Des-compuestos	ESTÁNDAR	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
1º - 3º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).
1º - 3º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Describo, comparo y cuantifico situaciones con números,en diferentes contextos y con diversas representaciones
1º - 3º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
1º - 3º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
1º - 3º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.
1º - 3º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
4º - 5º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
4º - 5º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
4º - 5º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
4º - 5º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
4º - 5º	T3	●	La feria del múltiplo	ESTÁNDAR	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
1º - 3º	T4	●	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.
1º - 3º	T4	●	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
1º - 3º	T4	●	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).
1º - 3º	T4	⊙	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
1º - 3º	T4	⊖	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.
1º - 3º	T4	⊖	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.
4º - 5º	T4	●	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
4º - 5º	T4	●	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
4º - 5º	T4	●	Fraccionando el cuadrado	ESTÁNDAR	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Grados	Taller	Nombre del taller	Estándar
4º - 5º	T4	Fraccionando el cuadrado	Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
4º - 5º	T4	Fraccionando el cuadrado	Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
4º - 5º	T4	Fraccionando el cuadrado	Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
4º - 5º	T4	Fraccionando el cuadrado	Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).
4º - 5º	T4	Fraccionando el cuadrado	Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos.
6º - 7º	T4	Fraccionando el cuadrado	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.
1º - 3º	T5	Fracciones de colores	Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.
1º - 3º	T5	Fracciones de colores	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
1º - 3º	T5	Fracciones de colores	Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).
1º - 3º	T5	Fracciones de colores	Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
1º - 3º	T5	Fracciones de colores	Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.
1º - 3º	T5	Fracciones de colores	Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.
4º - 5º	T5	Fracciones de colores	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
4º - 5º	T5	Fracciones de colores	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
4º - 5º	T5	Fracciones de colores	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
4º - 5º	T5	Fracciones de colores	Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
4º - 5º	T5	Fracciones de colores	Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).
4º - 5º	T5	Fracciones de colores	Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.
1º - 3º	T6	Del espacio al plano	Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
1º - 3º	T6	Del espacio al plano	Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños
1º - 3º	T6	Del espacio al plano	Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.

4º - 5º	T6	⊙	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
4º - 5º	T6	⊙	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
4º - 5º	T6	⊙	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.
4º - 5º	T6	⊖	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).
4º - 5º	T6	⊖	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos.
4º - 5º	T6	⊖	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos.
6º - 7º	T6	⊙	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
6º - 7º	T6	⊖	Del espacio al plano	ESTÁNDAR: Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
1º - 3º	T7	●	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números,en diferentes contextos y con diversas representaciones
1º - 3º	T7	●	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
1º - 3º	T7	●	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
1º - 3º	T7	●	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
1º - 3º	T7	○	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
1º - 3º	T7	○	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.
4º - 5º	T7	●	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
4º - 5º	T7	○	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
4º - 5º	T7	○	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
4º - 5º	T7	○	Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?	ESTÁNDAR: Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

ESTÁNDARES POR PENSAMIENTO

PENSAMIENTO NUMÉRICO

1°-3°	Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).	T1 T2 T3
1°-3°	Describo, comparo y cuantifico situaciones con números,en diferentes contextos y con diversas representaciones	T1 T2 T3 T7
1°-3°	Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.	T4 T5
1°-3°	Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas – para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal	T1 T2
1°-3°	Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas–para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.	T1 T2
1°-3°	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.	T1 T2 T3 T4 T5 T7
1°-3°	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.	T1 T2 T3 T7
1°-3°	Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.	T3
1°-3°	Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.	T1 T2 T3 T7
1°-3°	Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).	T4 T5

CONVENCIONES POR PENSAMIENTO

NUMÉRICO

ESPACIAL

VARIACIONAL

MÉTRICO

CONVENCIÓN

T1	Taller 1 Descomponiendo
T2	Taller 2 Números Des-compuestos
T3	Taller 3 La feria del múltiplo
T4	Taller 4 Fraccionando el cuadrado
T5	Taller 5 Fracciones de colores
T6	Taller 6 Del espacio al plano
T7	Taller 7 Más allá del juego... ¿Cómo construir un dominó?

PENSAMIENTO ESPACIAL

1°-3°	Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.	T5 T6
1°-3°	Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños	T6
1°-3°	Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).	T4
1°-3°	Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales).	T6

PENSAMIENTO MÉTRICO

1°-3°	Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.	T4 T5
1°-3°	Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.	T4 T5

PENSAMIENTO VARIACIONAL

1°-3°	Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).	T1 T2 T7
1°-3°	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.	T1 T7
1°-3°	Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.	T1 T2

PENSAMIENTO ESPACIAL

6°-7°	Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.	T6
6°-7°	Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.	T4

PENSAMIENTO METRICO

6°-7°	Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.	T6

PENSAMIENTO NUMÉRICO

Grado	Estándar	Talleres
4°-5°	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.	T4, T5
4°-5°	Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.	T1, T2, T3
4°-5°	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.	T1, T2, T3, T7
4°-5°	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.	T1, T2, T3, T4, T5
4°-5°	Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.	T1, T2, T3, T7
4°-5°	Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.	T1, T2, T3, T4, T5

PENSAMIENTO ESPACIAL

Grado	Estándar	Talleres
4°-5°	Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.	T5, T6
4°-5°	Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.	T4
4°-5°	Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.	T4
4°-5°	Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.	T4, T6
4°-5°	Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.	T6

PENSAMIENTO MÉTRICO

4°-5°	Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).	T4 T5 T6
4°-5°	Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos.	T6
4°-5°	Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos.	T4 T6

PENSAMIENTO VARIACIONAL

4°-5°	Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.	T7
4°-5°	Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.	T7
4°-5°	Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.	T5 T7

Dirección Técnica

Aliados