

JUGAR, CREAR, APRENDER:

EXPERIENCIAS SIGNIFICATIVAS DE MAESTROS ALIANZA



MATEMÁTICAS VOL.2

 **alianza**
UNIÓN Y COOPERACIÓN PARA EL DESARROLLO EDUCATIVO

El programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** (www.modeloalianza.org.co) es una iniciativa interinstitucional donde fundaciones empresariales y entidades del sector público se unen para fortalecer la calidad de la educación y lograr mejoramientos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los niños y de los jóvenes del departamento de Antioquia mediante un proceso integral que involucra los tres niveles del servicio educativo: Gestión del Aula, Gestión Institucional y Gestión del Contexto.

Aliados nodo suroeste:

Fundación Celsia, Fundación Dividendo por Colombia, Fundación Fraternidad Medellín, Fundación Nutresa, Fundación Proantioquia, Municipio de Jericó, Municipio de Támesis, Municipio de Tarso, Municipio de Titiribí y Municipio de Venecia.

Dirección Técnica del programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad:

Corporación Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA-
www.cta.org.co

Dirección editorial y corrección de estilo:

MARÍA FERNANDA MONSALVE GÓMEZ
Analista de Comunicaciones
Corporación Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA-

Dirección volumen 2, compilación y validación de contenidos:

JULIANA ANDREA ZAPATA MONTOYA
Coordinadora estrategia de matemáticas
Programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad
Línea de Educación
Corporación Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA-

Autores:

ADRIANA MARÍA SUÁREZ ARANGO
MARÍA TERESA ARAQUE CUERVO
ANDRÉS HARVEY ZAPATA GRANADOS
I. E. Escuela Normal Superior de Jericó
(Municipio de Jericó)
ELKÍN DE JESÚS BERMÚDEZ OCAMPO
I. E. R. San Francisco de Asís
(Municipio de Jericó)
LUIS FELIPE CADAVID CHICA
I. E. San José
(Municipio de Jericó)
DORA INÉS BERMÚDEZ LEMA
SHIRLEY ANDREA RAMÍREZ OSORIO
I. E. San José – I. E. R. San Francisco de Asís
(Municipio de Jericó)
HILDA NORA ECHEVERRY
CARMEN LUCÍA GARCÍA
LUZ MIRIAM OBANDO
I. E. José Prieto Arango (Municipio de Tarso)
EDGAR DE JESÚS OSPINA G.
I. E. R. San Pablo
(Municipio de Támesis)

GLORIA MARÍA GUERRA
CARMEN TULIA CALLE
I. E. San Antonio de Padua
(Municipio de Támesis)
ÁNGELA MARÍA FRANCO CASTRILLÓN
C. E. R. Corcovado
(Municipio de Titiribí)
JÁDER SNEIDER SERNA MARTÍNEZ
LUIS BERNARDO RENDÓN MARULANDA
YASIRIS PIÑO MOSQUERA
ANCÍZAR ÁLVAREZ GARCÉS
I. E. Orlando Velásquez Arango
(corregimiento de Bolombolo, municipio de Venecia)

Ilustraciones, diseño y diagramación:

ALEJANDRO VALENCIA L.
mr.robotu@gmail.com

Impresión:

IMPRESOS BEGÓN S. A. S.

Cítese como:

Suárez Arango *et. al.* (2017). Jugar, crear, aprender: experiencias significativas de maestros Alianza. Volumen 2: matemáticas. Medellín, Colombia: Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia.

Todos los derechos reservados. Los textos pueden ser usados parcialmente citando la fuente. Su reproducción total o parcial deber ser autorizada por los autores.

Los estándares y competencias citados en las guías de aprendizaje incluidas en este volumen fueron consultadas en Ministerio de Educación Nacional (Ed.) (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá D. C.: Ministerio de Educación Nacional.

Sello Editorial CTA

ISBN colección: 978-958-8470-37-5
ISBN volumen 2: 978-958-8470-39-9
Primera edición
Medellín, Antioquia
Mayo de 2017

Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia -CTA-

SANTIAGO ECHAVARRÍA ESCOBAR
Director

FRANCISCO MAYA LOPERA
Director Línea de Educación

GIOVANNI LÓPEZ MOLINA
Coordinador Área de Gestión Educativa y TIC
Línea de Educación

MERCEDES ARRIETA COHEN
Coordinadora de Gestión
Línea de Educación

► PRESENTACIÓN

Las experiencias de los docentes Alianza durante los talleres y las asesorías en creación de contenidos revelaron su interés de innovar su quehacer pedagógico. La educación como uno de los pilares del desarrollo siempre vive constante cambios de modelos, metodologías y marcos legales. Hoy por hoy existen múltiples estudios que explicitan la necesidad de brindar formación contextualizada desde la primera infancia y la educación básica hasta la secundaria. Los niños y jóvenes son el futuro y ese futuro depende de la educación que reciban.

En Colombia la educación enfrenta muchos desafíos entre ellos el acceso a centros educativos con condiciones adecuadas, especialmente en la ruralidad. La topografía de nuestro país convierte en un reto para los maestros el asistir día tras día a las aulas de clase; sin embargo, ellos lo hacen con la determinación que solo la vocación del maestro les permite. Mirar las jóvenes caras de sus estudiantes y sus sonrisas porque ellos sin importar las distancias asisten con gusto a la escuela son ese incentivo adicional que muchos maestros Alianza comparten y que, asimismo, se convierta en la fuerza necesaria para asumir la tarea de crear sus propias guías de aprendizaje para mantener la motivación de esos niños y jóvenes en la educación, para que ellos deseen permanecer en la escuela.

Este es un claro ejemplo de cómo desde el CTA se promueve el conocimiento como pilar del desarrollo, de la creación y de la innovación. Es así como demostramos nuestra capacidad de generar, articular y transferir colectivamente ese conocimiento a la comunidad y son los maestros nuestro mejor testimonio con esta colección **«Jugar, crear, aprender: experiencias significativas de maestros Alianza»** donde no solo docentes sino estudiantes y padres de familia encontrarán tres volúmenes con las creaciones de los maestros Alianza: volumen 1, con las experiencias significativas de los docentes líderes que acompañaron grupos de investigación escolar; volumen 2, con las guías de la estrategia de matemáticas, y el volumen 3, con las guías de la estrategia de lenguaje. Todas incluyen adaptaciones curriculares para niños con necesidades educativas.

El programa Alianza por la Educación con Calidad brindó acompañamiento en los municipios de Jericó, Támesis, Tarso, Titiribí y Venecia, ubicados en el suroeste del departamento de Antioquia, gracias al apoyo de las fundaciones Celsia, Dividendo por Colombia, Fraternidad Medellín, Proantioquia, Nutresa y el Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA –. Durante cuatro años, 2013 - 2016, el equipo pedagógico del CTA compartió con niños y maestros metodologías innovadoras y divertidas de enseñanza aprendizaje, impulsando durante los años 2015 y 2016 a un grupo de 31 maestros a diseñar sus propias guías, este es un hito en sí mismo dado que evidencia la apropiación de la metodología gracias al maravilloso grupo de profesionales que hacen parte de las estrategias de matemáticas, lenguaje, investigación e inclusión educativa quienes lideraron las jornadas de creación de contenidos: Juliana Andrea Zapata Montoya, Johanna Montoya Arboleda, Luz Ángela Torres Arizal, Bibiana Durán Velásquez, Yaneth Cardona Pérez, Cristian Camilo Molina Galíndez, Marcela Gómez Álvarez y Jimmy Hernández Tisoy.

Esperamos que maestros, estudiantes, directivos docentes, padres de familia y personas interesadas disfruten de un material ameno, divertido y creado con el corazón, pensado en transformar la forma como se enseñan las matemáticas, el lenguaje y la investigación en las escuelas del departamento. Una experiencia que esperamos trascienda nuestro territorio y llega a otros centros educativos del país.

SANTIAGO ECHAVARRÍA ESCOBAR

Director

Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia - CTA -

▶ PRÓLOGO

Como docentes estamos inmersos día a día en la dinámica del aula de clase, que contempla la preparación y la aplicación de actividades que fomentan el aprendizaje significativo en nuestros estudiantes, y que debido a la premura del tiempo quedan sin sistematizar y habitando solamente en la memoria y en el conocimiento de quien las implementó y solo, en algunas ocasiones, en el recuerdo de algunos estudiantes que disfrutaron de las mismas.

Por lo anterior, nace la propuesta de creación de contenidos, una línea de trabajo propuesta desde el programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad con el fin de que los maestros observen el aula de clase como un laboratorio donde aplicamos, recogemos, evaluamos, modificamos y estructuramos estrategias y procesos que permiten generar nuevo conocimiento o retomarlo. De esta forma los docentes creadores pasan de ser encargados de replicar métodos y conceptos a ser investigadores de sus procesos de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes.

Es por esto que el proceso de creación de contenidos se centró en preguntar a los docentes sobre una necesidad en la enseñanza de un tema o de un concepto en un grado específico y el planteamiento de una secuencia de actividades que llevaran a alcanzar los logros propuestos. De esta manera nació la cartilla *Jugar, crear, aprender: experiencias significativas de maestros Alianza, volumen 2*, como una herramienta de compilación de secuencias didácticas que permiten llevar a buen término el aprendizaje y el afianzamiento de conceptos o temas en diferentes grados de escolaridad.

La cartilla cuenta con nueve guías divididas en dos partes: la primera son las fundamentaciones pedagógicas y didácticas de las actividades que se proponen a los estudiantes (guía del docente) y la segunda son las tareas específicas que los estudiantes deben desarrollar según las orientaciones del docente (guía del estudiante).

Para la creación de las guías se implementó la metodología «Aprender haciendo», puesto que esta despierta el interés del estudiante, motiva y dinamiza la clase.

Las creaciones que acá se presentan ofrecen una variedad de ejemplos para la construcción y la aplicación de nuevas formas de enseñar, además que potencian el aprendizaje significativo en los estudiantes. Es un trabajo arduo de escritura de docentes acompañados por el programa Alianza que invita a otros maestros a crear su propio contenido partiendo de las necesidades que su aula de clase ofrece.

JULIANA ANDREA ZAPATA MONTOYA

Coordinadora estrategia de matemáticas

Programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad

Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia – CTA –

EL INFINITO EN TUS MANOS.

- 6** ▶ Adriana María Suárez Arango | Andrés Harvey Zapata Granados
María Teresa Araque Cuervo
10
Guía para los grados octavo y noveno

$A^2 + B^2 = \text{PITÁGORAS}$.

- 14** ▶ Elkin de Jesús Bermúdez Ocampo
17
Guía para el grado octavo

LA FUNCIÓN DEL RESORTE.

- 23** ▶ Luis Felipe Cadavid Chica
27
Guía para los grados noveno y décimo

SUMANDO NO SIEMPRE AUMENTAMOS Y RESTANDO NO SIEMPRE DISMINUIMOS.

- 32** ▶ Dora Inés Bermúdez Lema | Shirley Andrea Ramírez Osorio
36
Guía para el grado séptimo

ENTRE LÍNEAS.

- 41** ▶ Hilda Nora Echeverry | Carmen Lucía García | Luz Miriam Obando
46
Guía para el grado segundo

EL NÚMERO QUE NO TERMINA.

- 51** ▶ Edgar de Jesús Ospina G
56
Guía para los grados décimo y undécimo

DESCUBRIENDO FIGURAS.

- 58** ▶ Gloria María Guerra | Carmen Tulia Calle
64
Guía para los grados preescolar y primero

ROMPECOCOS MULTIPLICATIVO.

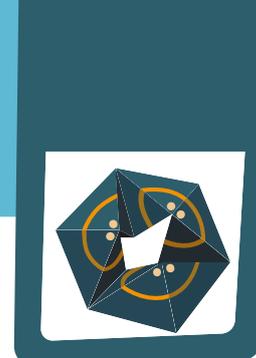
- 68** ▶ Ángela María Franco Castrillón
77
Guía para el grado quinto

CTRL X + CTRL V.

- 80** ▶ Jáder Sneider Serna Martínez | Luis Bernardo Rendón Marulanda
86
Yasiris Pino Mosquera | Ancizar Álvarez Garcés
Guía para el grado séptimo



EL INFINITO EN TUS MANOS



Guía del docente

Adriana María Suárez Arango | Andrés Harvey Zapata Granados
María Teresa Araque Cuervo

Institución Educativa Escuela Normal Superior de Jericó
Municipio de Jericó, Antioquia

Ficha informativa

Estándares	Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y de semejanzas entre figuras bidimensionales y objetos tridimensionales en la solución de problemas. Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.
Pensamientos	Espacial y sistemas geométricos. Métrico y sistemas de medidas.
Grados	Octavo y noveno.
Logro	Identificará conceptos aritméticos y geométricos para el afianzamiento y la transferencia de aprendizajes.

La palabra «calidociclo» tiene su origen en tres raíces griegas: kalos=bello, eidos=figura y kiklos=anillo. Es decir, es un cuerpo que gira y en cada giro conserva su forma. Difícil pensar en algo con estas cualidades ¿cierto? Pues alguien pensó en esto: el diseñador gráfico Wallace Walker concibió primero las Iso Axis (redes geométricas que desarrollan el volumen llamado caleidociclo) que son un «estado bidimensional en una cuadrícula de sesenta triángulos equiláteros». Con el tiempo se encontró que esta red podía ser comprimida o extendida dando como resultado nuevos modelos que giraban sobre su centro; a este grupo se le dio el nombre de calidociclo.

Tiempo después un artista holandés, M.C Escher, se dio cuenta que estos cuerpos incluían dos de sus componentes esenciales: espacios cerrados y movimientos infinitos (repetitivos), simulando ciclos inacabables de movimiento, características únicas de los calidociclos.

El desarrollo de esta guía le permitirá al estudiante abrir una puerta a la creatividad, a la inventiva y al asombro mediante conceptos geométricos que se desarrollan en el plano y que los llevarán a la tridimensionalidad. La construcción del caleidociclo pondrá a volar la imaginación de los alumnos, ya que este cuerpo les sorprenderá porque tendrán una noción sobre el infinito en sus manos con tan solo unos elementos geométricos.

¡Bienvenidos al maravilloso universo de la belleza, la inventiva y la novedad desde el doblado de papel!

Sobre las tareas

La guía consta de dos tareas y una transferencia de lo aprendido. Cada tarea cuenta con dos momentos: el primero será guiado por el docente y el segundo tendrá una guía para el estudiante donde los jóvenes encontrarán unas preguntas orientadoras que deberán contestar según la experiencia realizada.

La plantilla del caleidociclo (**anexo 1**) debe imprimirse en tamaño doble carta (**27,94 cm x 43,18 cm**) y en papel grueso.

Las tareas tienen como propósito que los estudiantes:

- ☀ Sigan puntualmente instrucciones.
- ☀ Representen un objeto tridimensional a partir de una figura plana.
- ☀ Calculen el área de figuras planas.
- ☀ Identifiquen las características del poliedro (tetraedro).
- ☀ Fortalezcan el concepto de área de figuras planas.

Orientaciones didácticas

La actividad se desarrollará de forma individual y en dos sesiones (tres horas de clase). Se hace necesario que los estudiantes hayan tenido con anterioridad un acercamiento a los conceptos de: rectas paralelas, rectas perpendiculares, medición de longitudes con regla, polígonos, triángulos, clasificación de triángulos, área de un triángulo, poliedros y sus elementos: aristas, vértices y caras.

En la tarea **N.º 1** los estudiantes recibirán la plantilla del caleidociclo hexagonal (ver anexo 1) cuya intencionalidad es reconocer y hallar el área de esta a partir del uso de conceptos previos. Para ello recibirán las siguientes orientaciones por parte del docente:

- 1.** Se les pide a los estudiantes que observen la plantilla y respondan las siguientes preguntas: ¿qué tipos de rectas reconoces en ella?, y ¿cuántos triángulos individuales la conforman sin tener en cuenta la zona sombreada?
- 2.** Se orienta a los estudiantes a la medición con regla de las longitudes de cada lado de uno de los triángulos, sin tener en cuenta los sombreados, para que ellos respondan:
 - ☀ ¿Qué clases de triángulos son según las medidas obtenidas?
 - ☀ Compara los triángulos entre sí: ¿son todos iguales?, ¿por qué?, ¿cuántos triángulos hay en total?

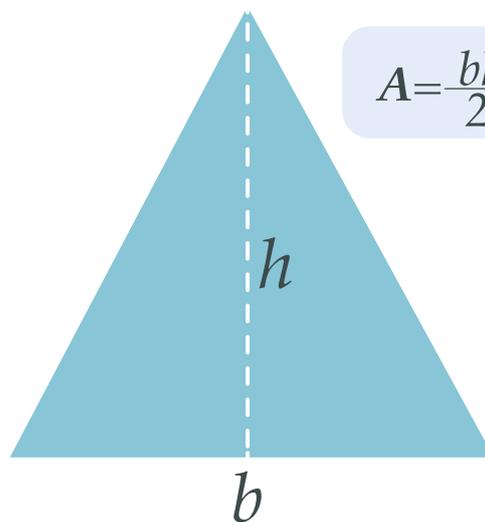
Se hará el mismo procedimiento con la zona sombreada de tal forma que los estudiantes identifiquen que estos triángulos son diferentes a los que conforman la plantilla; igualmente, se aclara que estos hacen parte de las pestañas y no se tendrán en cuenta para el cálculo del área de la plantilla.

- 3.** Los estudiantes hallarán el área de la plantilla, sin tener en cuenta la zona sombreada, y para ello se les entregará la guía correspondiente donde responderán la siguiente pregunta:

- ☀ ¿Qué magnitudes de un triángulo se deben conocer para hallar su área?

El docente orienta la medición de la longitud de la base y de la altura de uno de los triángulos de la plantilla que no pertenecen al área sombreada y con dichos datos los estudiantes deberán calcular el área. Si no recuerdan cómo se calcula se les pedirá que observen el recuadro informativo de la guía.

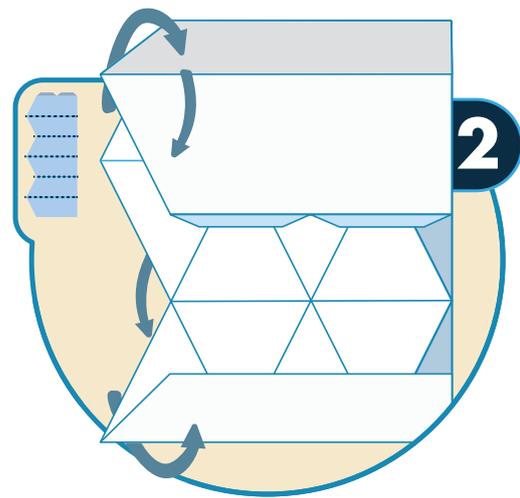
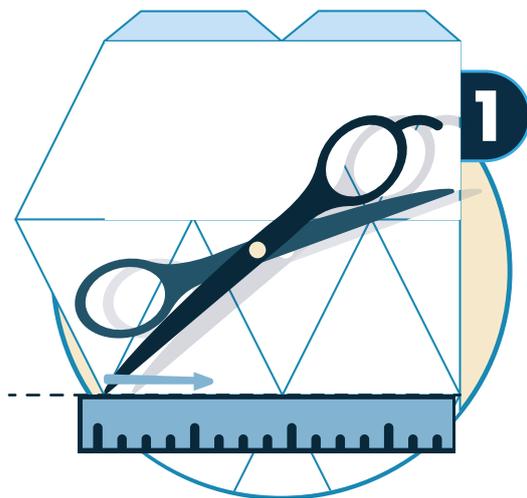
¿Cómo se calcula el área de un triángulo?



Después de ello, se les pide a los estudiantes buscar una estrategia para hallar el área de la plantilla a partir del área del triángulo encontrado. Se socializarán los resultados obtenidos por cada estudiante con el fin de abrir un espacio de discusión sobre el porqué los resultados no son exactamente iguales.

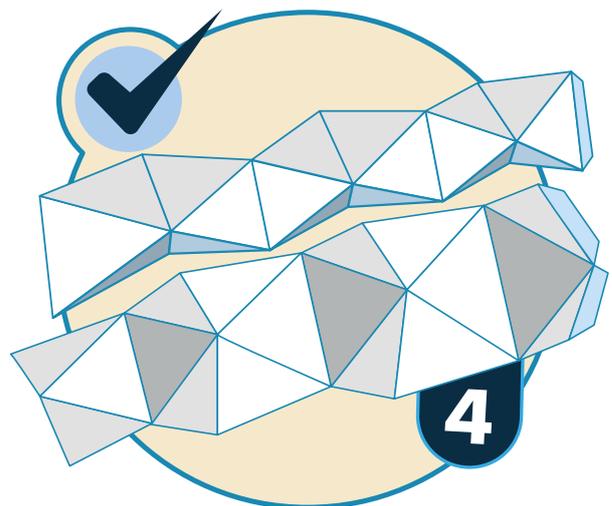
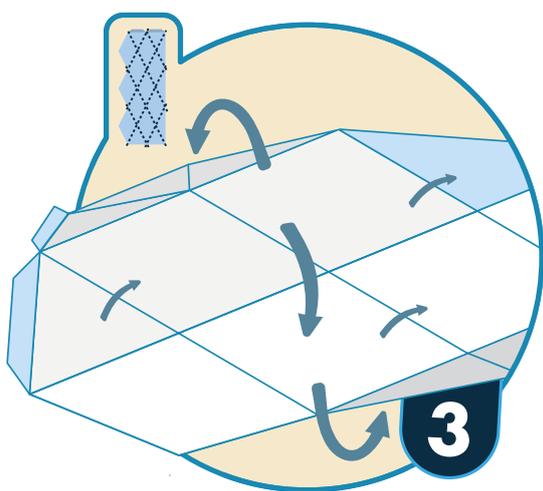
Para finalizar esta tarea los estudiantes decorarán la plantilla según su gusto y creatividad y la recortarán siguiendo atentamente las instrucciones del docente.

En la tarea N.º 2, el profesor procederá a dar las siguientes instrucciones para armar el caleidociclo:



☀ Marcar todas las líneas de la plantilla del caleidociclo con la punta de unas tijeras y una regla, a modo de troquelado, de esta forma será mucho más fácil realizar los dobleces.

☀ Doblar por las líneas horizontales incluidas las que tienen la lengüeta de forma que las caras impresas se superpongan.



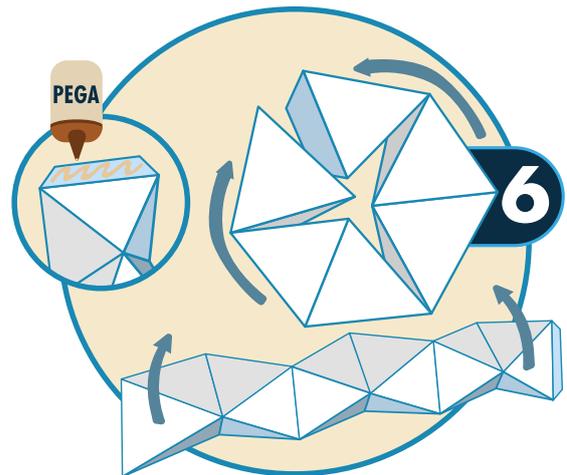
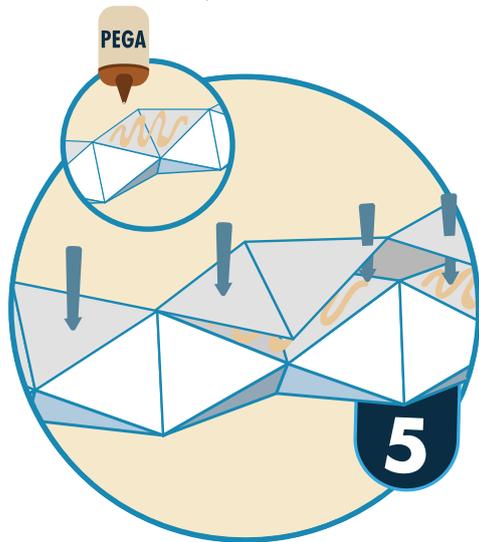
☀ Luego doblar por las líneas diagonales hacia atrás (al contrario de las horizontales).

☀ Una vez plegado el modelo tomará la forma deseada por sí solo.

☀ A continuación, el docente mostrará el cuerpo geométrico y les pide a los estudiantes identificar las caras, los vértices y las aristas mediante el diligenciamiento del siguiente cuadro.

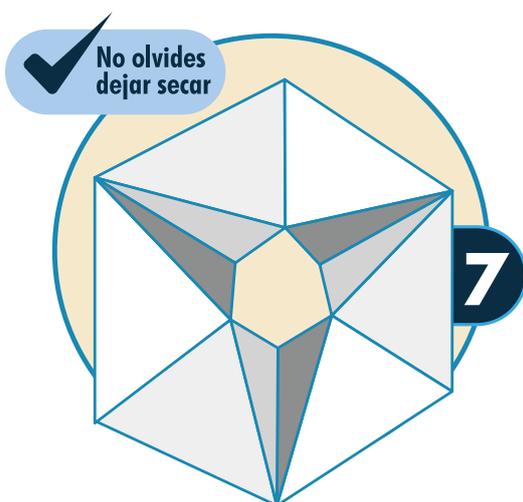
N. ° vértices	N. ° caras	N. ° aristas

☀ Observando el cuerpo geométrico los estudiantes hallarán el área superficial (parte del plano, delimitado por el contorno de la figura, es decir, el área de las caras) del caleidociclo.



☀ Para terminar la construcción del caleidociclo se deben pegar las pestañas por sus partes interiores.

☀ Luego se insertan y se pegan las pestañas en el orificio que se forma en uno de los extremos de la figura de tal forma que se arme un anillo.



☀ Ahora el caleidociclo está terminado, pero se debe tener un poco de paciencia y esperar a que se seque totalmente el colbón antes de manipularlo.

Luego de tener armado el caleidociclo se iniciará con la exploración de los movimientos y se observará cómo este puede girar sobre sí mismo infinitas veces sin romperse ni deformarse.

El cierre de la actividad consiste en una evaluación para los estudiantes donde se identificarán los aprendizajes afianzados durante el desarrollo del taller.

Referencias

- ☀ Barnett, R. & Uribe Calad, J. (1988). *Álgebra y geometría*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Enzensberger, H. (1998). *El diablo de los números*. Madrid: Siruela.
- ☀ Wenzel, F. (2008, 25 de abril). *Caleidociclos* [Web log post]. Recuperado de <https://flaviowenzel.wordpress.com/2008/04/25/caleidociclos/>



Guía del estudiante

Un poliedro muy particular por su característica refinada y rara es el **caleidociclo** formado por tetraedros regulares que se pueden enroscar hacia adelante o hacia atrás. Cuando se tenga el poliedro armado pueden contarse los vértices, las caras y las aristas.



Para realizar esta actividad necesitas los siguientes materiales:

- Plantilla del caleidociclo en cartulina tamaño doble carta.
- Tijeras.
- Colbón.
- Colores o vinilos.
- Regla.

Lo que comprenderás

- Utilizarás la plantilla del caleidociclo como figura plana para generar un cuerpo a través de su construcción.
- Hallarás el área de la plantilla del caleidociclo.
- Identificarás en el caleidociclo construido: vértices, caras y aristas.
- Reconocerás cómo un objeto tridimensional se construye a partir de una representación bidimensional (plantilla).
- Identificarás atributos en el plano: rectas paralelas, rectas perpendiculares y clases de triángulos.
- Clasificarás un objeto tridimensional de acuerdo con sus componentes: vértices, caras y aristas.

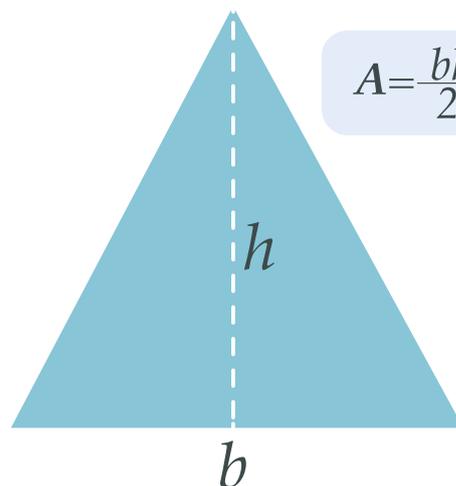
Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N.º 1: construyendo

Responde los siguientes planteamientos usando la plantilla que el docente te entregó:

1. ¿Qué magnitudes de un triángulo se deben conocer para hallar su área? _____
2. Halla el área de uno de los triángulos de la plantilla. Apóyate en la imagen para recordar la fórmula del área del triángulo. Recuerda que no puedes usar los triángulos sombreados para hacer el cálculo.
3. Compara el resultado con el de tus compañeros.
4. Busca una estrategia que te permita hallar el área total de la plantilla, sin tener en cuenta el área sombreada, y socialízala con el docente.

¿Cómo se calcula el área de un triángulo?



$$A = \frac{bh}{2}$$

Tarea N.º 2: midiendo

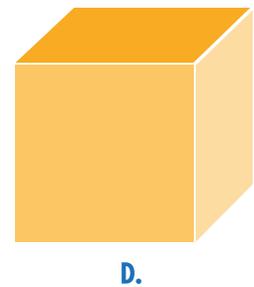
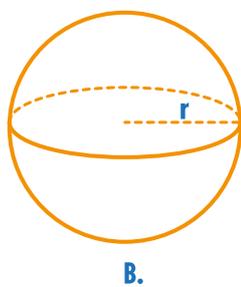
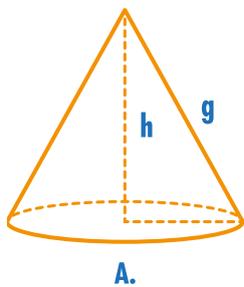
- Después de haber realizado el proceso de armado que el docente explicó, procede a pegar los triángulos opuestos a los triángulos sombreados de la plantilla formando una tira de pirámides; pero aún no pegues las pestañas del caleidociclo, pues lo necesitamos completamente estirado para diligenciar el siguiente cuadro:

N.º vértices	N.º caras	N.º aristas

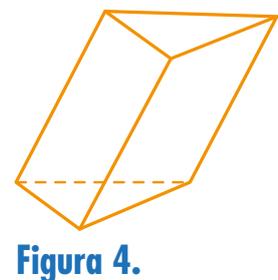
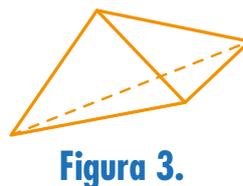
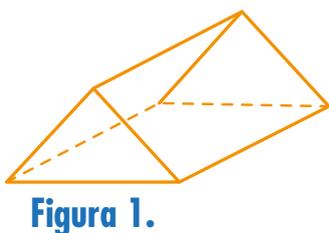
- Observa el cuerpo geométrico, halla el área superficial (parte del plano delimitado por el contorno de la figura, es decir, el área de las caras) del caleidociclo. ¿Cuánto es el área superficial? _____
- Compara los resultados obtenidos con los de tus compañeros y saca conclusiones.
- Pega las pestañas por sus partes interiores. Luego inserta y pega las pestañas en el orificio que se forma en uno de los extremos de los cuerpos de tal forma que armes un anillo.
- Ahora el caleidociclo está terminado, pero debes tener un poco de paciencia y esperar a que se seque totalmente el colbón antes de manipularlo.

Lo que aprendiste

- ¿Cuál de las figuras que se muestran a continuación representa un sólido que tiene exactamente seis caras?

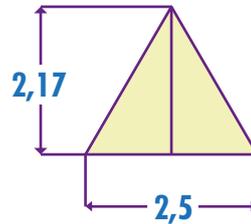
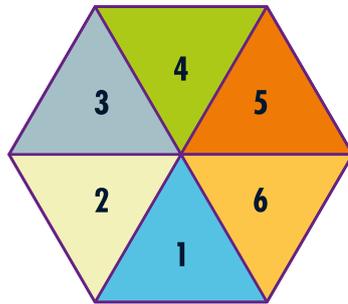


- ¿Cuáles de las siguientes figuras son pirámides?

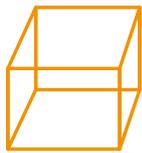


- La figura 1 y la figura 2.
- La figura 2 y la figura 3.
- La figura 3 y la figura 4.
- La figura 1 y la figura 4.

3. De acuerdo con las figuras el área del hexágono y el área de cada uno de los triángulos que conforman el hexágono son respectivamente:



- A. $264,55 \text{ cm}^2$ y $44,09 \text{ cm}^2$
 B. $28,02 \text{ cm}^2$ y $4,67 \text{ cm}^2$
 C. $16,27 \text{ cm}^2$ y $2,71 \text{ cm}^2$
 D. $13,55 \text{ cm}^2$ y $2,71 \text{ cm}^2$
4. ¿Cuál de los siguientes cuerpos tiene seis aristas y tiene igual número de vértices que de caras?



A.



B.

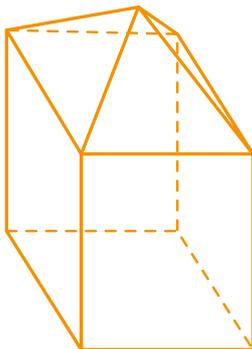


C.



D.

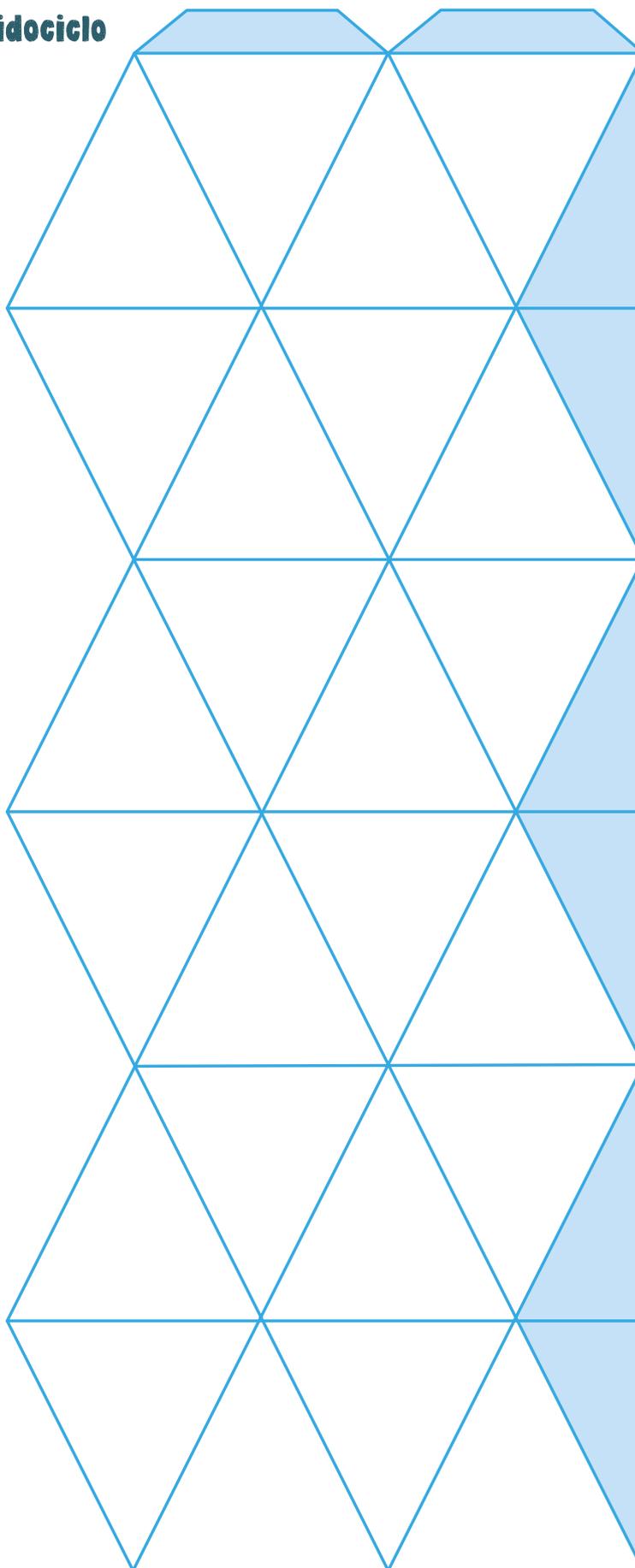
5. El cuerpo de la figura tiene:



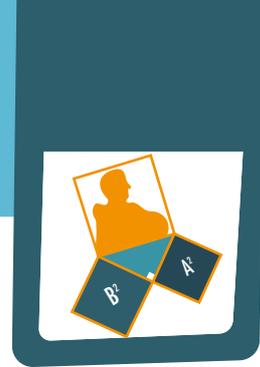
- A. 9 caras y 9 vértices.
 B. 4 caras y 6 vértices.
 C. 8 caras y 9 vértices.
 D. 10 caras y 9 vértices.

Anexo 1. Plantilla caleidociclo

Nota: esta plantilla debe imprimirse en tamaño doble carta (27,94 cm x 43,18 cm) y en papel grueso.



$A^2 + B^2 = \text{PITÁGORAS}$



Guía del docente

Elkin de Jesús Bermúdez Ocampo

Institución Educativa Rural San Francisco de Asís.
Municipio de Jericó, Antioquia.

Ficha informativa

Estándares	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostraciones de teoremas básicos (Pitágoras).
Pensamientos	Espacial y sistemas geométricos
Grados	Octavo.
Logros	Reconocerá las propiedades y relaciones geométricas utilizadas en la demostración del teorema de Pitágoras. Usará representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.

Pitágoras fue el primero en demostrar el conocido teorema de Pitágoras el cual trata la relación existente entre los lados de un triángulo rectángulo donde la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Aunque ya los egipcios y los babilonios usaban el teorema en sus cálculos y construcciones este no se había demostrado.

Al respecto comenta Richard Mankiewicz en su libro Historia de las Matemáticas: «Aunque el nombre de Pitágoras es célebre debido al teorema que lleva su nombre, como hemos visto el teorema ya era bien conocido en la antigüedad y se cree que Pitágoras lo aprendió de la civilización egipcia». Así mismo, considera que dicha civilización fue una fuente de conocimiento en geometría para los griegos.

Esta guía se basa en el reconocimiento del triángulo rectángulo y a su vez en la demostración del teorema de Pitágoras por medio del rompecabezas de Henry Perigal donde se pretende que los estudiantes reconozcan las partes del triángulo rectángulo construyendo nuevos conceptos que los acerquen a la identificación y a la aplicación del teorema.

De igual forma, se plantea que los estudiantes construyan la ecuación del teorema partiendo de la modelación trabajada con el rompecabezas pitagórico de Henry Perigal, diferenciando las áreas correspondientes de cada uno de los lados de un triángulo rectángulo, descubriendo así su aplicabilidad en situaciones propias de su entorno; por otro lado, se abordarán los conceptos de longitud y de semejanza de triángulos.

Sobre las tareas

Tarea 1: reconocimiento del triángulo

En esta tarea los estudiantes recortarán los triángulos que se les entregan en el anexo 1, luego, haciendo uso de la escuadra y del transportador harán las respectivas mediciones de cada triángulo llenando la información solicitada en el cuadro de la **guía del estudiante parte 1** donde se les piden las características de cada triángulo según sus lados y ángulos.

Posteriormente, el docente socializa las respuestas a las preguntas que se encuentran al final de la guía.

Tarea 2: armando el teorema con Perigal

Se organiza el grupo de estudiantes en parejas y a cada una se le entrega el anexo 2 que tiene las piezas del rompecabezas pitagórico y el anexo 3 que es la plantilla del rompecabezas. En esta actividad los estudiantes recortarán las piezas que se encuentran en el anexo 2 (cuadriláteros) que utilizarán posteriormente para armar los catetos del triángulo rectángulo que se les muestra en el anexo 3 (plantilla), esto se hace siguiendo las instrucciones que se dan en la **guía del estudiante parte 2**, las cuales le darán los conceptos necesarios para responder los interrogantes que allí se presentan.

Orientaciones didácticas

1. Antes de iniciar con la tarea N.º 1, el docente indagará saberes previos de los estudiantes con preguntas como qué es un triángulo rectángulo y otros temas relacionados con el teorema de Pitágoras: ¿sabes en qué consiste el teorema que lleva su nombre? ¿Qué es un cateto? ¿Qué entiendes por hipotenusa? ¿Cuál es la característica esencial de un triángulo rectángulo? ¿Se podrá construir un triángulo equilátero rectángulo? Estas son interrogantes que permitirán, a lo largo de la guía, orientar a los estudiantes sobre la comprensión del teorema.

Seguidamente, se da inicio a la primera tarea. Se organiza el grupo en parejas y se les entrega el anexo 1 para que recorten los triángulos que allí se encuentran; por medio de instrumentos de medida los clasificarán según sus lados y sus ángulos; se les entregará la **guía del estudiante parte 1** para que sistematicen en la tabla la clasificación realizada. Finalizado esto, los estudiantes responderán las preguntas que se encuentran al final de la guía: ¿qué puedes concluir al respecto? ¿Cuál es la característica esencial de un triángulo rectángulo? ¿Se podrá construir un triángulo equilátero rectángulo? ¿Es posible encontrar un triángulo con dos ángulos rectos? Las respuestas a estas preguntas deben quedar consignadas en la guía del estudiante para que sean socializadas con el profesor. Para el éxito de la actividad se recomienda al docente poner en común todas las respuestas dadas por los estudiantes.

Nota: se recomienda imprimir el anexo 1 en cartulina plana de colores.

2. La tarea N.º 2 se desarrolla al igual que la anterior, en parejas. Antes de iniciar, el docente relatará una breve historia del rompecabezas de Perigal para que los estudiantes se interesen en el tema y comprendan en un lenguaje práctico su significado.

Origen del rompecabezas de Henry Perigal

En el verano de 1830 Henry Perigal después del trauma que le causó el no comprender el teorema de Pitágoras trabajado en su clase de aritmética se dio a la tarea de buscar una alternativa que le permitiera comprenderlo, mejorando así su desempeño en la clase.

*Después de mucho pensar cómo dar solución a sus problemas observó cómo una escalera apoyada en la pared formaba un triángulo rectángulo donde nombró los lados formados por la pared y el piso catetos y el lado formado por la escalera hipotenusa imaginándose un cuadrado en cada uno de los lados del triángulo allí formado. Haciendo un dibujo en su cuaderno de esta situación empezó a imaginarse cómo podría dividir el cuadrado del cateto mayor en cuatro partes iguales, trazando dos segmentos perpendiculares que se unen en el centro del cuadrado siendo, además, uno de ellos paralelo a la hipotenusa y que estos unidos al cuadrado del cateto menor formarían el cuadrado de la hipotenusa. **Fin.***

Una variación del cuento es ir construyéndolo a modo de experimentación para que el estudiante evidencie lo que Perigal observó.

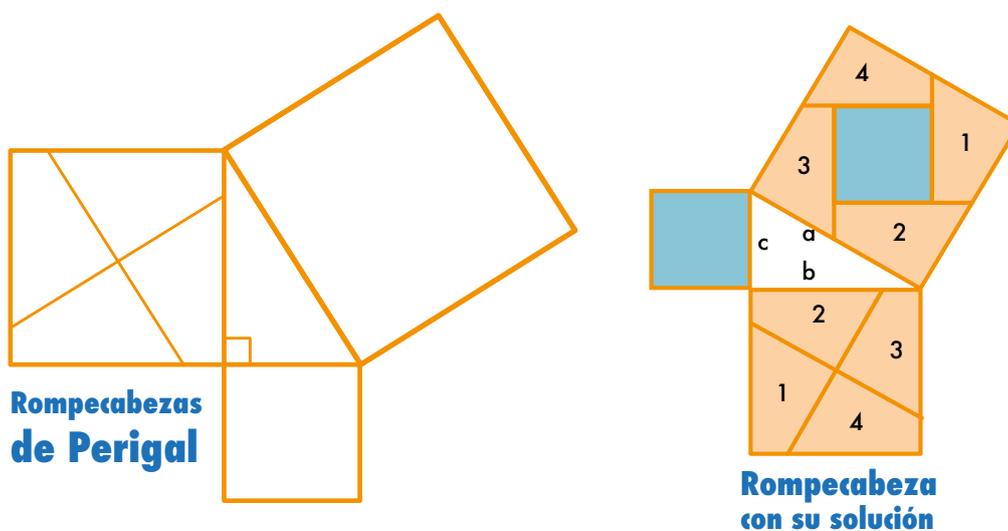
Se continúa con el taller entregando la **guía del estudiante parte 2**, donde se les pedirá a los estudiantes seguir las instrucciones que están descritas y armar el rompecabezas consignado en el anexo 2. Para esto usarán de guía la plantilla del anexo 3. La idea del rompecabezas es observar mediante la acomodación de fichas como la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Después de armar la plantilla responderán las preguntas que se consignan en la instrucción cuatro y las socializarán con el grupo.

Nota: se recomienda que el anexo 2 sea impreso en cartulina plana de colores.

Para finalizar, se realiza la tarea de cierre: **lo que aprendiste**; dicha actividad se puede hacer de forma escrita u oral a modo de socializar y de afianzar el conocimiento adquirido.

La siguiente imagen se deja al docente para ilustrarlo sobre el rompecabezas. Al lado izquierdo encontrará el rompecabezas con las cuatro fichas extraídas de uno de los cuadrados de los catetos y en el lado derecho la solución del mismo sobre la plantilla del anexo 3.



Referencias

- ☀ Mankiewicz, R. (2000). Historia de las matemáticas. Recuperado de <https://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/pitagoras/pitagor.htm>



$A^2 + B^2 = \text{PITÁGORAS}$

Guía del estudiante parte 1

En el desarrollo de esta guía identificarás los tipos de triángulos en los que se aplica el teorema de Pitágoras, de igual forma demostraremos dicho teorema por medio del rompecabezas pitagórico de Henry Perigal.

Lo que comprenderás

- Reconocerás y diferenciarás las propiedades y las relaciones geométricas utilizadas en la demostración del teorema de Pitágoras.
- Identificarás las áreas formadas por los lados del triángulo rectángulo.
- Representarás matemáticamente el proceso utilizado en la construcción del cuadrado de la hipotenusa en el triángulo rectángulo.
- Usarás representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.



Por estudiante:

- Tijeras.
- Escuadra.
- Transportador.

Por parejas:

- Guía del estudiante parte 1.
- Anexo 1.
- Guía del estudiante parte 2.
- Anexo 2.
- Anexo 3.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea 1: reconocimiento del triángulo

Recorta los triángulos que encontrarás en el anexo 1 y completa, a partir de la observación y la medición, la siguiente tabla; luego contesta los interrogantes que encontrarás al final de esta

Figura	Características	
	Según sus lados	Según sus ángulos
Triángulo 1		
Triángulo 2		
Triángulo 3		
Triángulo 4		
Triángulo 5		
Triángulo 6		
Triángulo 7		

¿Qué puedes concluir al respecto?

¿Cuál es la característica esencial de un triángulo rectángulo?

¿Se podrá construir un triángulo equilátero rectángulo?

¿Es posible encontrar un triángulo con dos ángulos rectos?

$A^2 + B^2 = \text{Pitágoras}$



Guía del estudiante parte 2

Sigue las instrucciones y arma el teorema:

1. El rompecabezas está compuesto por cinco piezas, todas son cuadriláteros.
2. Recorta las piezas que encontrarás en el anexo 2.
3. Usa la plantilla del anexo 3, toma como base el triángulo rectángulo y construye con los cuadriláteros recortados anteriormente los cuadrados correspondientes a los catetos a y b .
4. Después de armar los cuadrados de los catetos del triángulo rectángulo forma el cuadrado del lado de la hipotenusa (lado c) con las piezas utilizadas anteriormente.

Después de armar el rompecabezas responde las siguientes preguntas:

¿Qué puedes concluir de todo el ejercicio?

¿Qué operación matemática representa la acción que utilizaste para construir el cuadrado c ?

¿Qué figura había en el cateto a ?

Lo que aprendiste

Con base en lo que aprendiste en la presente guía responde:

1. ¿Cuál es el área del cuadrado construido en el lado a ?

- A. 3^2
- B. a^2
- C. 5^2
- D. a

2. ¿Cuál es el área del cuadrado construido en el lado b ?

- A. 4^2
- B. 6^2
- C. b
- D. b^2

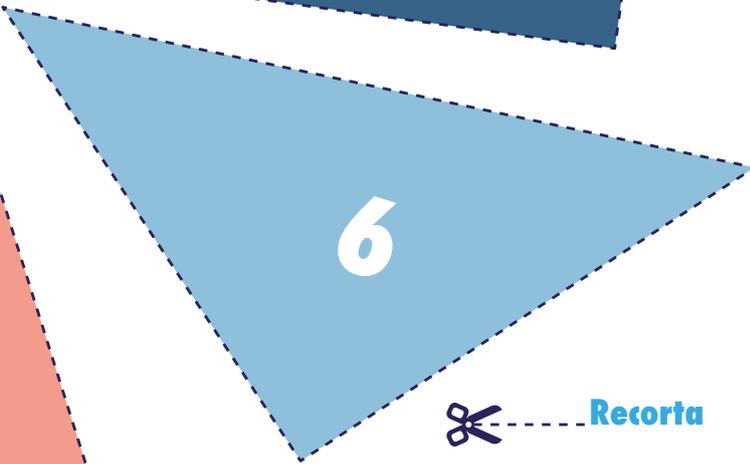
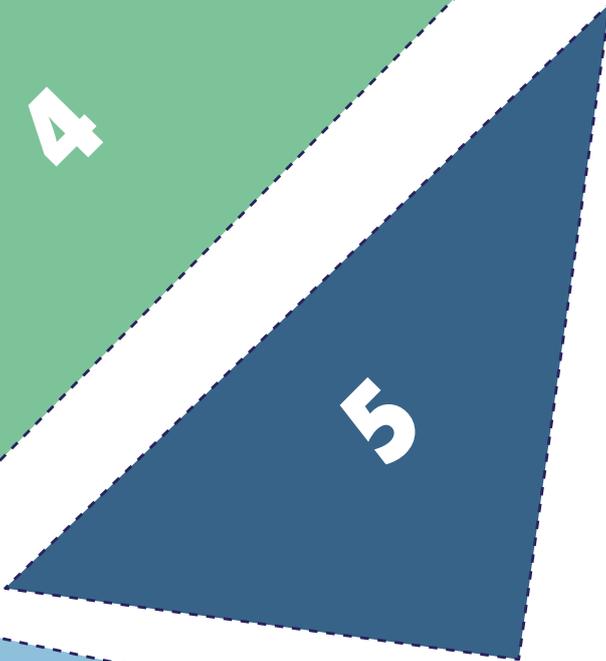
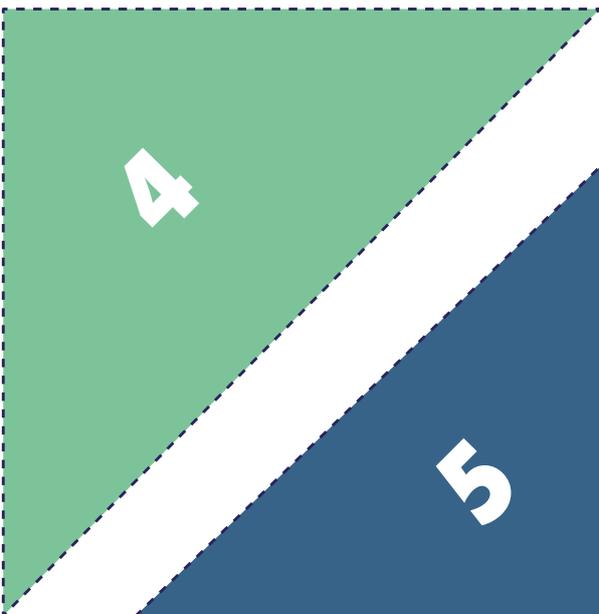
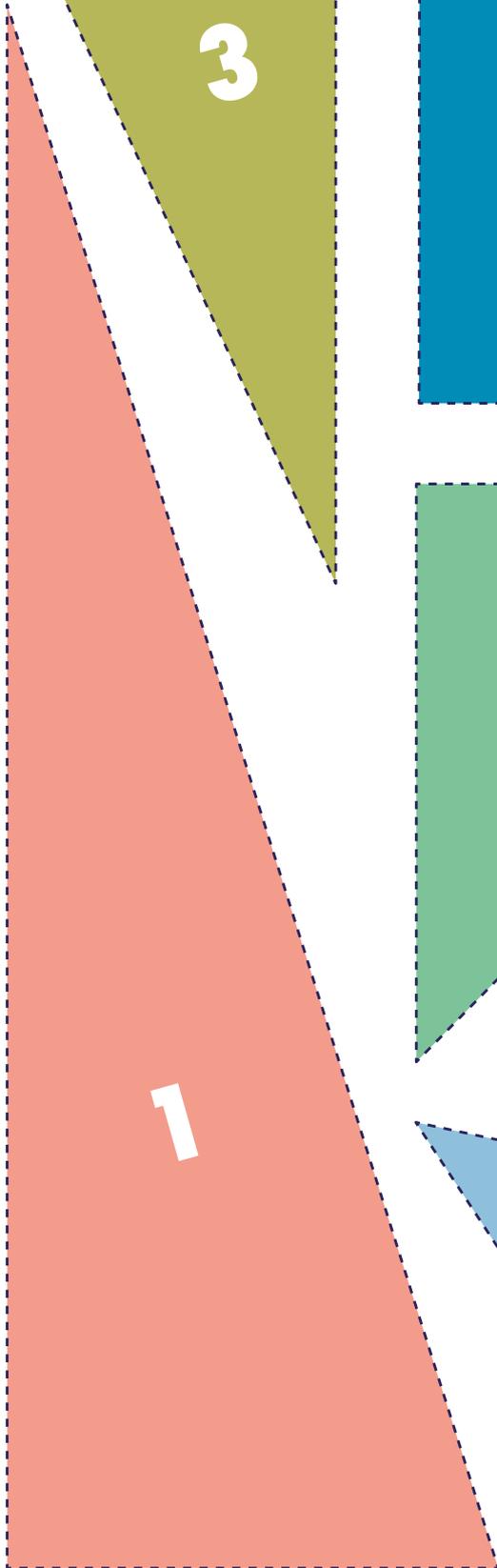
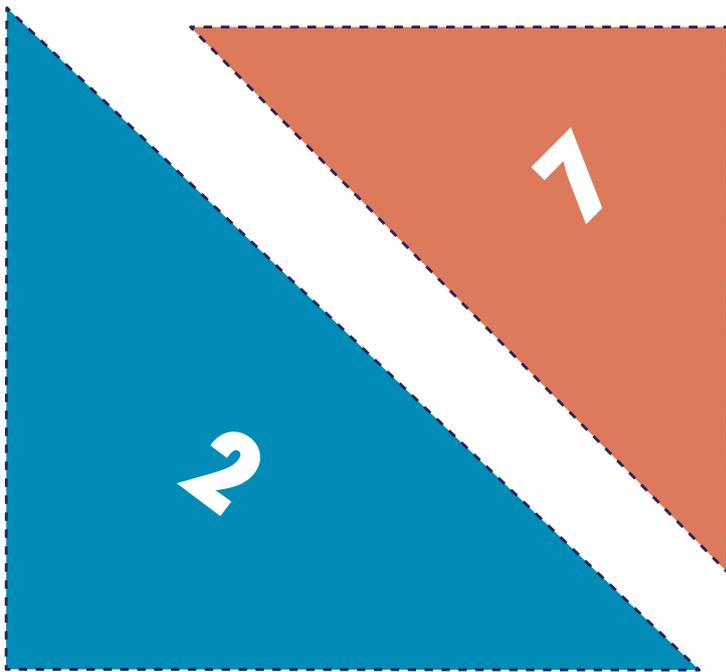
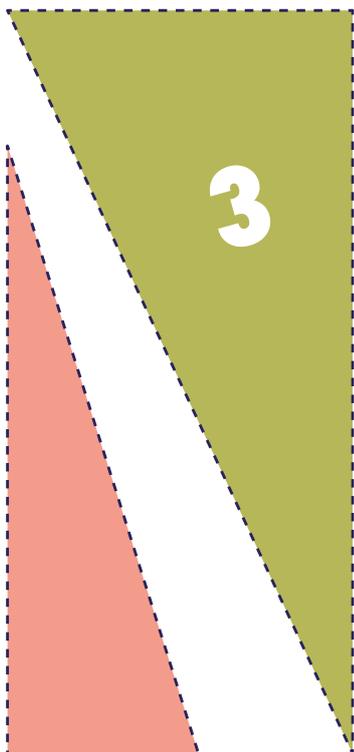
3. ¿Cuál es el área del cuadrado construido en el lado c ?

- A. c^2
- B. 10^2
- C. 15^2
- D. c

4. A partir de la anterior simbología y el rompecabezas expresa simbólicamente la relación que encontraste entre los cuadrados formados en el triángulo rectángulo.

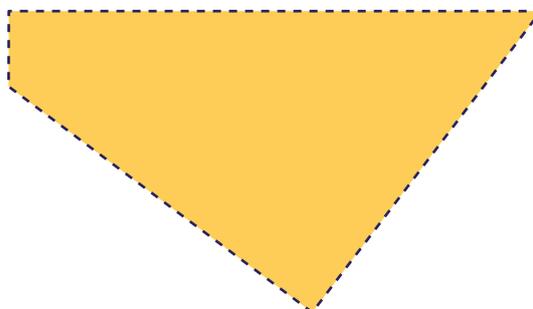
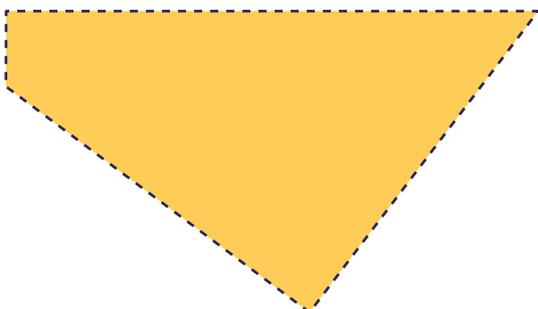
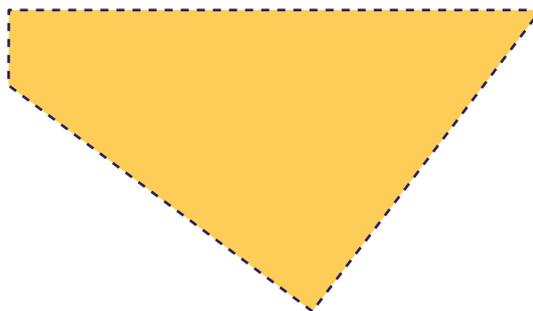
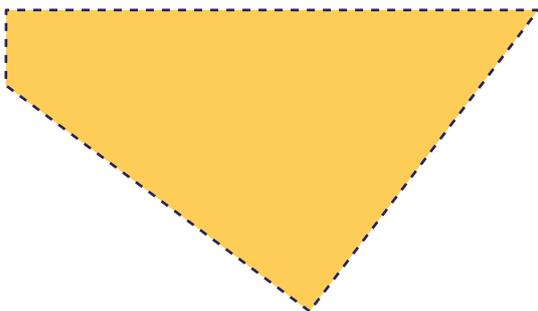


Anexo 1.



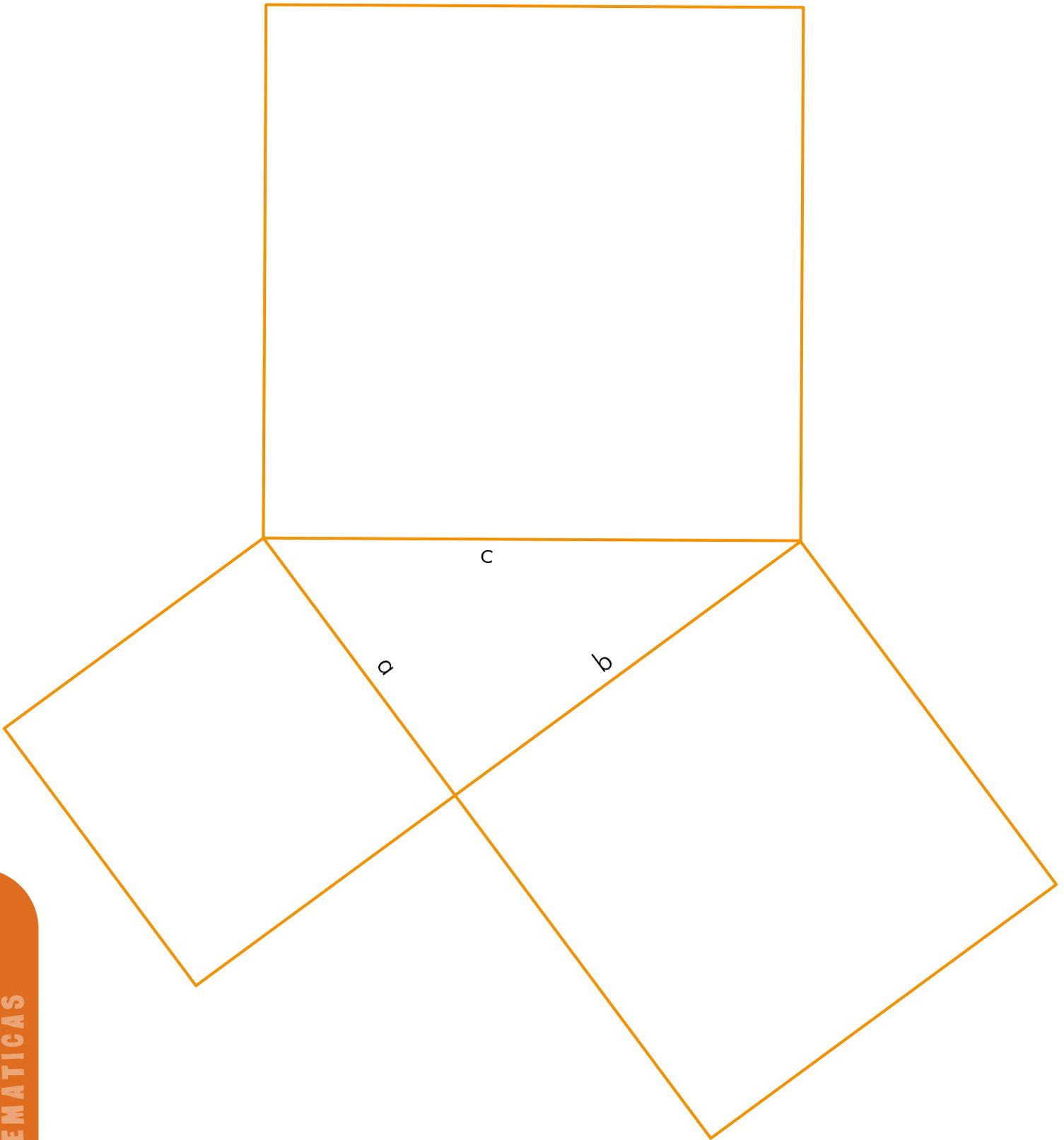
 Recorta

Anexo 2.

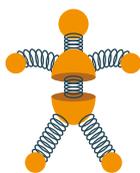


 Recorta

Anexo 3.



LA FUNCIÓN DEL RESORTE



Guía del docente

Luis Felipe Cadavid Chica

Institución Educativa San José
Municipio de Jericó, Antioquia

Ficha informativa

Estándares	<p>Para noveno grado: Utilizo la notación científica para expresar medidas de cantidades de diferentes magnitudes. Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.</p> <p>Para décimo grado: Establezco relaciones y diferencias entre distintas notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.</p>
Pensamientos	Numérico y sistemas numéricos, métrico y sistemas de medida.
Grado	Noveno y décimo.
Logros	Comprenderá los conceptos físicos de fuerza gravitacional y fuerza elástica. Afianzará el conocimiento ya adquirido sobre la función lineal. Representará a través de las funciones matemáticas lineales algunas modelaciones de situaciones de la vida cotidiana.

Esta guía de aprendizaje tiene como objetivo facilitar la comprensión de conceptos físicos como fuerza gravitacional y fuerza elástica, y también profundizar en la enseñanza de la función lineal.

Los resortes han sido elementos muy utilizados en diferentes funciones y construcciones; sin embargo, en muchas ocasiones se desconoce qué hay detrás de su funcionamiento y la dependencia de sus propiedades. Afortunadamente, el mundo físico es entendible desde la modelación matemática y es aquí donde se puede aprovechar la motivación que genera en el estudiante la manipulación de instrumentos para profundizar en la enseñanza de funciones.

Para el desarrollo de esta actividad se espera que el docente previamente haya trabajado con sus estudiantes las funciones lineales y la proporcionalidad. Se desea que el estudiante, al terminar la actividad, pueda relacionar la gráfica **fuerza gravitacional versus elongación** con la función lineal y distinguir la pendiente de la recta como la constante de elasticidad del cable para, de este modo, justificar el uso de los modelos matemáticos en diferentes fenómenos del mundo.

Orientaciones didácticas

1. Antes de trabajar este taller el docente debe tener conocimiento sobre clases de fuerza, resortes e interacciones entre cuerpos puntuales. Para ello se puede ayudar de las siguientes indicaciones: los resortes se pueden clasificar en tres grupos de trabajo: de compresión, de extensión y de torsión.
2. Esta es una secuencia didáctica que está dividida en dos momentos: la primera parte corresponde a las tareas 1 y 2, ambas con una duración aproximada de 60 minutos; la segunda parte corresponde a la tarea 3 y al cuestionario «Lo que aprendiste» con una duración aproximada de 60 minutos. Es importante tener en cuenta que el espacio donde se desarrollará la actividad debe ser amplio y funcional en la medida que permita armar y manipular con facilidad los diferentes elementos del taller e igualmente permitirle al docente dar orientaciones a los diferentes grupos de trabajo.
3. Como introducción a la actividad puede reflexionarse sobre la exactitud de la medida que depende tanto del instrumento como de quien esté haciendo la medición, ya que pueden surgir elementos que generen errores en la medida tomada.
4. Igualmente, es pertinente recordarle al estudiante el concepto de fuerza mediante algunos ejemplos como la caída de los cuerpos, las interacciones electrostática y magnética y otras no tan evidentes como las fuerzas nucleares fuerte y débil.
5. Si la institución o el docente no disponen del material necesario es posible hacer adaptaciones a esta guía ayudándose con el simulador PETH sobre fuerza elástica de la Universidad de Colorado, Estados Unidos, que se relaciona en el siguiente vínculo:
<https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/mass-spring-lab>

Sobre las tareas

Tarea N.º 1: tipo de resortes

Para comenzar la actividad es conveniente que el docente hable a los estudiantes sobre los tipos de resortes, entregando a cada grupo una muestra de los resortes que se usarán en clase; con esto se busca facilitar el diálogo sobre algunos ejemplos donde se pueden utilizar con el fin de guiar el conversatorio que dura entre 10 y 20 minutos. Es en este momento que se entrega la **guía del estudiante parte 1**. Durante este proceso demostrativo se podrán hacer las siguientes preguntas.

1. ¿Qué conoces sobre los resortes?
2. Describe en qué situaciones se pueden utilizar resortes.
3. ¿Qué entiendes por las palabras comprimir, estirar y torsionar?
4. ¿Qué necesita el resorte para deformarse?
5. ¿Se deforman los resortes con la misma facilidad? Explica tu respuesta.
6. ¿Qué varía en el resorte al deformarse?
7. ¿Qué hace que los resortes se deformen con diferente fuerza?

Tarea N.º 2: midiendo

La segunda tarea tiene como objetivo que el estudiante explore la interacción del resorte con la masa y en ella se observará la variación de la elongación del resorte conforme se pone mayor cantidad de masa en este.



El docente entregará a cada grupo los siguientes materiales:

- 1 dinamómetro.
- Regla de 30 centímetros.
- 1 soporte universal.
- 6 masas con igual gramaje que previamente debe estar especificado (en este sentido, es importante contar con báscula para pesar las arandelas en caso de no contar con el valor de dicha masa).
- Marcador borrable.

Con lo anterior se realiza una estructura como la que se presenta en la ilustración 1. Montaje para fuerza elástica.

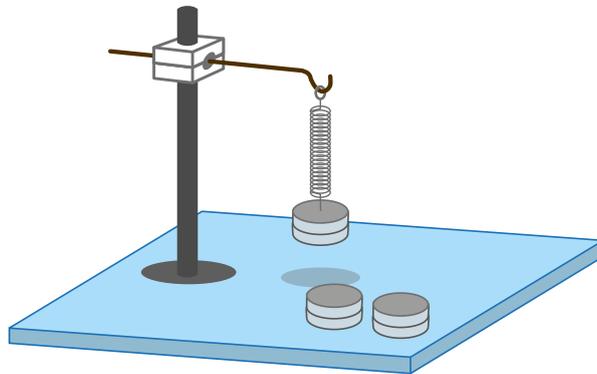


Ilustración 1: Montaje para fuerza elástica.
(Universidad de Castilla - La Mancha, 2011)

A medida que los estudiantes realizan el montaje el docente explica en qué consiste cada uno de los materiales, especificando su uso y funcionamiento.

Posteriormente, con el fin de ampliar las posibilidades de entender el desarrollo de la actividad el docente puede explicar o recordar la forma como la masa terrestre genera una fuerza gravitacional que interactúa con otras masas que contienen los cuerpos que hay sobre la Tierra, generando una fuerza de carácter atractivo. Esta fuerza se calcula como se indica en el siguiente recuadro informativo:

$$F=W=M.G$$

F fuerza que la Tierra ejerce a todos los cuerpos

W=peso

M=masa

G= aceleración de la gravedad equivalente a $980 \frac{\text{Cm}}{\text{s}^2}$

La unidad de medida de la cantidad física fuerza es la dina que

equivale a mover un cuerpo de 1 gramo de masa y acelerarlo $1 \frac{\text{Cm}}{\text{s}^2}$

Se recomienda al docente el siguiente ejemplo ilustrativo para que lo comparta con sus estudiantes: si tenemos un cuerpo de masa 10 gr la Tierra le genera a este cuerpo una fuerza de 9800 dinas.

Luego de finalizada la tarea N.º 2 el docente puede hacer algunas preguntas a los estudiantes para concluir y afianzar los conceptos relacionados con el fenómeno explorado:

1. Cuando quitas la masa en cada procedimiento ¿qué pasa con el resorte?
2. ¿Qué variables observas en el fenómeno que estás experimentando?
3. Indica cuál es la variable dependiente y cuál la independiente.
4. ¿Es posible determinar qué hace que los resortes se deformen con diferente dificultad?

Tarea N.º 3: sistematiza y grafica

Con esta actividad se pretende modelar el fenómeno elástico cotejando las variables fuerza gravitacional versus elongación a través de una gráfica que dará como resultado una línea oblicua.

Para ello, el docente entregará la **guía del estudiante parte 2** y con la tabla que allí se presenta se busca que los estudiantes relacionen las coordenadas y grafiquen los puntos resultantes.

Cuando los estudiantes obtienen el resultado de la gráfica, el docente puede aprovechar para explicar y profundizar sobre la importancia de la función lineal, retando al estudiante a hallar la ecuación para cada resorte a través de dos puntos de las gráficas A y B, hallando primero la pendiente y luego la fórmula general de la función. Esta actividad dura 60 minutos.

$$A=(x_0,y_0) \quad B=(x_1,y_1) \\ y_1 - y_0 = m(x_1 - x_0)$$

Preguntas de discusión

Después de que los estudiantes terminen esta actividad el docente puede proceder a realizar las siguientes preguntas a fin de relacionar los conceptos y alcanzar el objetivo de la actividad.

- ☀ Enuncia las causas por las cuales existen errores en la gráfica, es decir, los puntos no se ajustan exactamente a la recta.
- ☀ ¿De qué depende la inclinación de cada recta?
- ☀ ¿Qué relación existe entre la elongación y la fuerza?
- ☀ Encuentra las ecuaciones de las rectas que dibujaste.

Por último, el docente entrega a cada estudiante el cuestionario «Lo que aprendiste» para concluir la actividad y dándoles un máximo de 15 minutos para diligenciarlo.

Referencias

- ☀ **Bautista Ballén, M., & Salazar Suárez, F. L.** (2011). Hipertexto física. Bogotá D. C. Santillana.
- ☀ **Godino, J., & Font, V.** (2003). Razonamiento algebraico y didáctica para maestros. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>.



LA FUNCIÓN DEL RESORTE

Guía del estudiante parte 1

Los resortes son componentes mecánicos que se utilizan en la vida real para absorber deformaciones que son inducidas por la acción de una fuerza exterior volviendo a recuperar su forma inicial (elasticidad). Este dispositivo almacena una gran cantidad de energía cuando se deforma y devuelve esa misma cantidad de energía al relajarse.

El resorte tiene muchas utilidades, una de ellas en las básculas que se encuentran en las carnicerías o en las legumbres que cuelgan de una parte del techo y tienen un resorte que sostiene una canastilla. Piensa qué pasa con la báscula, en particular con el resorte, cuando se empieza a poner cada vez más peso sobre la canastilla.

Lo que comprenderás

- Llevarás a cabo procedimientos de medición y de tabulación de datos mediante instrumentos de medida y tablas de datos.
- Reconocerás las variables dependiente e independiente analizando los datos obtenidos en las tablas.
- Usarás dos puntos de la gráfica de la recta para construir la ecuación punto pendiente que corresponde al modelo físico descrito en la tabla.



La actividad se realiza individualmente.

- Tres resortes diferentes: uno de compresión, uno de extensión y uno de torsión.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. °1: tipo de resorte

A continuación, recibirás algunos resortes, observa y reflexiona con el docente las siguientes preguntas:

- ¿Qué conoces sobre los resortes?
- Describe en qué situaciones se pueden utilizar resortes aparte de las ya mencionadas.
- ¿Qué entiendes por las palabras comprimir, estirar y torsionar?
- ¿Qué necesita el resorte para deformarse?
- ¿Se deforman los resortes con la misma facilidad? Explica tu respuesta.
- ¿Qué varía en el resorte al deformarse?
- ¿Qué hace que los resortes se deformen cuando se les aplica diferentes tipos de fuerza?

La Tierra ejerce una fuerza sobre todos los cuerpos que están sobre ella, a esto normalmente lo conocemos como fuerza de gravedad o también peso y se puede calcular así:

$$F = w = m \cdot g$$

Donde F = fuerza que la Tierra ejerce sobre los cuerpos; w = peso; m = masa; y g = aceleración de la gravedad equivalente a $980 \frac{cm}{s^2}$

La unidad de medida de la cantidad física fuerza es la dina que equivale a mover un cuerpo de 1 gramo de masa y acelerarlo $1 \frac{cm}{s^2}$

Tarea N.º 2: midiendo



La actividad se realiza en grupos de tres estudiantes.

- 1 soporte universal.
- 1 dinamómetro.
- 10 arandelas con el mismo gramaje.
- 1 regla.
- Calculadora
- Marcadores borrables
- 1 resorte escogido por el docente.

Organiza los materiales como se indica en la Ilustración 2.

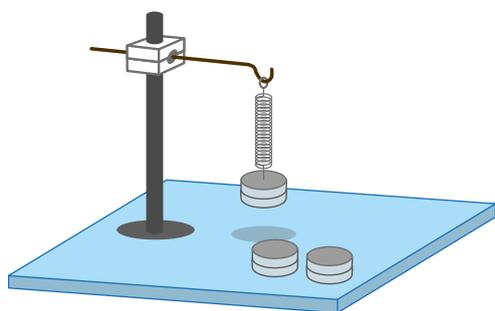


Ilustración 2: Montaje para fuerza elástica.
(Universidad de Castilla - La Mancha, 2011)

Instrucciones para la actividad:

1. Mide la longitud inicial del resorte del dinamómetro y escríbela en la tabla, en la casilla longitud inicial.
2. Cuelga el dinamómetro sobre el soporte universal.
3. Cuelga dos de las arandelas.
4. Mide nuevamente la longitud del resorte.
5. Cuelga dos arandelas más a las que ya están colgadas.
6. Repite el procedimiento desde la instrucción 4 hasta la 5 con el resto de arandelas.

En la **ilustración 3** observa qué compone un dinamómetro; analízalo para que puedas realizar correctamente la actividad.

Escribe y tabula

Realiza el procedimiento indicado anteriormente calculando los datos empezando a colgar un par de arandelas hasta llegar a colgar la totalidad. Hazlo de dos en dos, observando cuando cuelgues las arandelas cuánto se estira el resorte del dinamómetro.

Un dinamómetro es un instrumento usado normalmente para medir fuerzas. En esta actividad lo usaremos para analizar el resorte que tiene dentro.

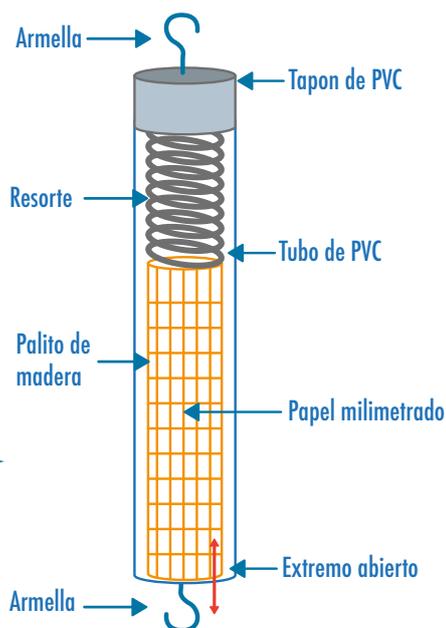


Ilustración 3: Parte de un dinamómetro.

Tomado

<http://cienciasparatodosenmapa.blogspot.com.co/2011/el-curioso-caso-de-los-dinamometros.html>

Longitud inicial (L_0): _____ (cm).

Masa	Gramaje (gm)	Longitud con masa L_f (cm)	Fuerza gravitacional-peso $F=m \cdot g$ (dinas = $\frac{gr \cdot cm}{s^2}$)	Longitud elongación ($L_f - L_0$) X (mt)
1				
2				
3				
4				
5				
6				



LA FUNCIÓN DEL RESORTE

Guía del estudiante parte 2

Tarea N.º 3: sistematiza y grafica

1. Luego de hacer las mediciones correspondientes con el dinamómetro relaciona la información de las dos últimas columnas de la tabla anterior con la siguiente tabla y representala en el plano cartesiano que se presenta a continuación. Ten en cuenta que cada par es una coordenada que ubica un punto de la gráfica.

Tabla resorte

Fuerza gravitacional-peso $F=m \cdot g$ (dinas = $\frac{gr \cdot cm}{s^2}$)	Longitud elongación ($L_f - L_0$) X (mt)

2. Escoge dos puntos de la tabla y llámalos A y B e identifica sus coordenadas $A=(x_0, y_0)$ y $B=(x_1, y_1)$
3. Con ayuda de estos puntos y el siguiente modelo matemático $y_1 - y_0 = m(x_1 - x_0)$ calcula la pendiente m .
4. Con los puntos A , B y la pendiente m halla la función lineal que caracteriza el comportamiento del resorte del dinamómetro al relacionar el peso con el estiramiento mediante el siguiente modelo $y - y_0 = m(x - x_0)$
5. Reflexiona con tu profesor.

Elongación
 $X \cdot (\text{cm})$



Fuerza

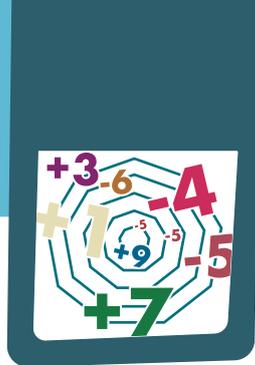
Dinas $\left(\frac{\text{gr} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} \right)$

Lo que aprendiste

1. Los resortes según su funcionalidad se pueden clasificar en:
 - A. Duro, blando, maleable.
 - B. Compresión, extensión y torsión.
 - C. Largos, cortos, medianos.
 - D. Fuertes, débiles, dóciles.
2. La variable independiente en el fenómeno es:
 - A. La fuerza.
 - B. La longitud inicial.
 - C. La elongación.
 - D. La aceleración de la gravedad.
3. La variable dependiente en el fenómeno es:
 - A. La fuerza.
 - B. La longitud inicial.
 - C. La elongación.
 - D. La aceleración de la gravedad.
4. La dificultad o facilidad con la que el resorte se deforma depende de:
 - A. Material utilizado.
 - B. Espiras o vueltas abiertas.
 - C. Constante de elasticidad.
 - D. Temperatura del medioambiente.
5. La inclinación de la recta obtenida en la gráfica fuerza versus elongación se puede relacionar con:
 - A. Elongación.
 - B. Constante de elasticidad.
 - C. Constante de fuerza.
 - D. Aceleración.



SUMANDO NO SIEMPRE AUMENTAMOS Y RESTANDO NO SIEMPRE DISMINUIMOS



Guía del docente

Dora Inés Bermúdez Lema | Shirley Andrea Ramírez Osorio

Institución Educativa San José e Institución Educativa Rural San Francisco de Asís
Municipio de Jericó, Antioquia

Ficha informativa

Estándares	Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos. Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y las propiedades de las operaciones.
Pensamientos	Numérico y sistema numérico.
Grado	Séptimo.
Logro	Aplicar conceptos sobre la suma y la resta de números enteros. Comprender en que situaciones se suman y en que situaciones se restan los números enteros.

En esta guía se trabajará la suma y la resta de números enteros con el objetivo que el estudiante mejore el cálculo mental al momento de encontrarse con diferentes situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo: hacer compras, cobrar, abonar a deudas, ganar en juegos, entre otras. Para ello, se realizará una actividad llamada **El juego de los signos** que servirá para detectar si los estudiantes comprendieron o no el tema sobre la suma y la resta de los números enteros; es por esto que el taller se plantea para consolidar conceptos vistos en clase.

El juego consiste en arrojar una cantidad de objetos sobre diferentes circunferencias clasificadas de forma alternada en positivas y negativas; los estudiantes observarán la posición de cada objeto al caer sobre las circunferencias y los registrarán en una tabla según su ubicación para luego seleccionarlos y agruparlos de acuerdo con su signo y, finalmente, darán solución a la operación para obtener el resultado.

Con esta guía se dispone al estudiante en una actividad orientada y práctica que le permitirá, de manera significativa, comprender y afianzar conceptos como: aumentar, disminuir, positivo, negativo, agrupar, separar, seleccionar y distribuir.

Orientaciones didácticas

El taller tiene el objetivo de resignificar procesos vistos en clase; antes de iniciar la actividad debemos recordarles a los estudiantes dos aspectos fundamentales:

1. Si los dos números tienen el mismo signo sumaremos esos dos números sin tener en cuenta si es positivo o negativo; después añadimos al resultado el signo que tenían los dos números.

Por ejemplo, queremos saber cuánto es: **-4-9**

Tomamos los números enteros y los sumamos así:

$$4+9=13$$

Luego, como ambos números son negativos conservamos el signo negativo (-) y lo ponemos en el resultado; quedando nuestra operación

$$-4-9=-13$$

Ahora hagamos un ejemplo con enteros positivos, queremos saber cuánto es **7+5**.

Para ello realizamos la operación de suma:

$$7+5=12$$

Y conservamos el signo positivo (+) para obtener como resultado final de nuestra operación lo siguiente:

$$7+5=+12$$

2. Si los dos números tienen distinto signo restaremos los dos números: el mayor menos el menor. Después, al resultado le añadimos el signo que tenía el número mayor. Por ejemplo:

$$5-9$$

Como los dos números tienen signos distintos, restaremos del mayor el menor, así:

$$9-5=4$$

Ahora nos fijamos en el signo del número mayor, en este caso el número 9 es el mayor y tiene signo negativo:

$$-9$$

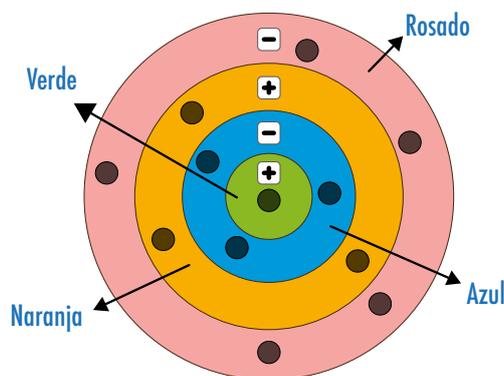
Por lo tanto, el resultado final de nuestra operación es:

$$5-9=-4$$

Se recomienda desarrollar la actividad en un ambiente abierto (patio o corredores) para que el estudiante dibuje con mayor amplitud **El juego de los signos**.

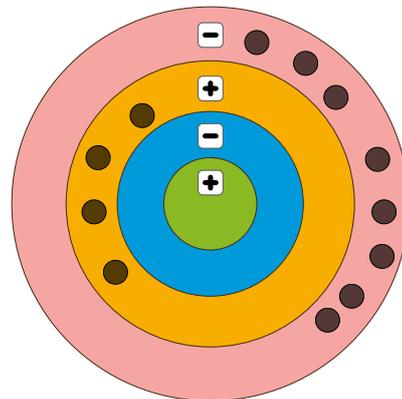
Antes de salir a dicho espacio, el docente dará un ejemplo demostrativo de cómo se llenará la tabla. Para esto se ofrece al lector el siguiente ejemplo para mostrar a los estudiantes en el aula de clase:

1. Supongamos que lanzamos los 30 botones y se distribuyen de la siguiente manera:



2. Procedemos, entonces, a registrar lo obtenido en la primera parte de la tabla así:

El juego de los signos	Círculo verde	Círculo azul	Círculo naranja	Círculo rosado
N.º lanzamiento	Positivo (+)	Negativo (-)	Positivo (+)	Negativo (-)
1	1	-3	-3	-5



3. Después, reagrupamos los botones:

4. Registramos los datos en la segunda parte de la tabla:

Asociación de cantidades negativas			Cálculo de resultados
Agrupación de positivos	Agrupación de negativos	Operación resultante de positivo y negativo	Resultado final
4	-8	4 - 8	-4

5. Cuando terminen de registrar los cálculos, un compañero los revisará, si están correctos les dará un punto de lo contrario tendrá cero, de esta forma la tabla queda diligenciada por completo así:

El juego de los signos	Círculo verde	Círculo azul	Círculo naranja	Círculo rosado	Asociación de cantidades negativas y positivas			Cálculo de resultados	
	Nº Lanzamiento	positivo (+)	negativo (+)	positivo (+)	negativo (+)	Agrupación de positivos	Agrupación de negativos	Operación resultante de positivo y negativo	Resultado final
	1	-3	3	-5	4	-8	4 - 8	-4	1

6. Después de realizar el ejemplo en el aula de clase se conformarán los subgrupos para entregar el material que está compuesto por: la **guía del estudiante** y el instructivo de la actividad.

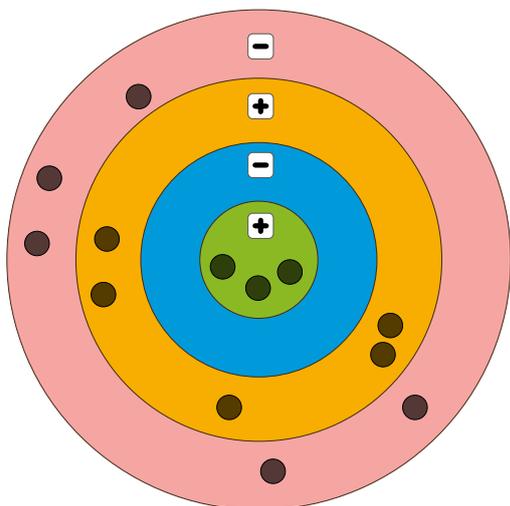
Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. ° 1: El juego de los signos

Descripción del juego:

1. Se distribuye el grupo en subgrupos conformados por tres personas.
2. Se le entrega a cada subgrupo el material de trabajo: cuatro tizas de colores, 30 botones y una copia del anexo 1 (este anexo está diseñado para que de una copia se extraigan dos esquemas del juego, uno para cada subgrupo). Además, cada miembro tendrá una copia de la **guía del estudiante** que incluye las instrucciones del juego y la tabla para registrar los datos de cada lanzamiento.

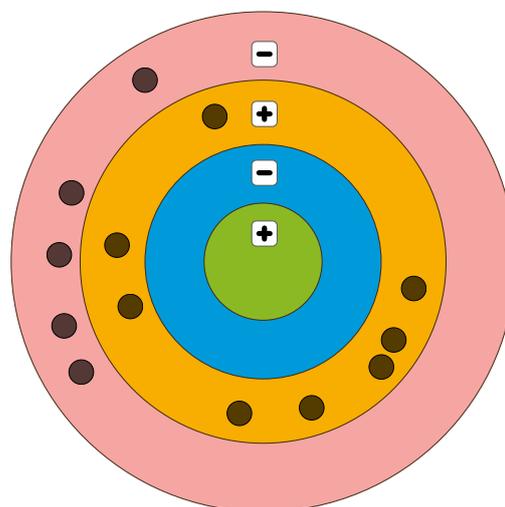
3. Cada subgrupo debe dibujar en el piso **El juego de los signos** de acuerdo con la imagen del anexo 1.
4. Inicia un jugador tirando sobre **El juego de los signos** los 30 botones, el estudiante deberá estar a una distancia de 50 cm que será señalada por un integrante del subgrupo.
5. Todos registran los valores obtenidos por el lanzador en la tabla de la **guía del estudiante**, el docente pasará por cada subgrupo para verificar que los registros se estén llenando de manera correcta.
6. El lanzador comienza a dictar los valores obtenidos iniciando desde el círculo de color verde hasta el rosado.



Supongamos que un lanzador obtuvo los resultados que se ven en la imagen de la izquierda y comienza a dictar: positivos en círculo verde 3, negativos en círculo azul 0, positivos en círculo naranja 5, negativos en círculo rosado 5.

Luego, los reúne según la posición en la que hayan quedado: positivos con positivos y negativos con negativos como se muestra en la imagen debajo de este texto:

7. El lanzador debe formular la operación resultante luego de la agrupación de los botones según sus signos para encontrar el valor final y registrarlo en la última columna de la tabla. Luego, continúa el compañero de la derecha quien realiza el mismo procedimiento.



Reglas del juego

- ☀ Todos los jugadores deben registrar los datos y realizar las operaciones.
- ☀ Gana un punto el jugador que lanza los botones y tiene el resultado correcto, si es incorrecto no tiene punto y en caso de empate el jugador que lo halla resuelto correctamente en el menor tiempo posible obtiene el punto.
- ☀ Son 12 rondas, cada jugador tiene derecho a cuatro lanzamientos, pero no de forma consecutiva.
- ☀ Gana el jugador que obtenga más puntos durante las 12 rondas.
- ☀ Los mismos miembros del equipo serán los veedores y responsables de asignar los puntos a quien haya realizado el cálculo correcto.

Después de terminar de llenar la **guía del estudiante** se organiza el grupo en el salón y se les entrega el anexo 2 «Lo que aprendimos». Esta es una actividad evaluativa que tendrá una duración de **30 minutos**.

Referencias

- ☀ **Tamaributi, C.** (2010, mayo 6). Jogos de Matemáticas [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=O3bUHb9qxVI>



Guía del estudiante parte 1

A diario convivimos con el conjunto de los números enteros, los usamos al ir al banco, al comprar la cena, al recibir un regalo, en un sinfín de situaciones. ¿No lo comprendes aún?, pues en esta guía de trabajo te darás cuenta de lo común que pueden llegar a ser.

Lo que comprenderás

- Clasificarás en la tabla de registro valores positivos y negativos para llegar a un resultado mediante la posición de los botones en **El juego de los signos**.
- Solucionarás diferentes situaciones y problemas mediante la adición y la sustracción de números enteros presente en **El juego de los signos**.



Por estudiante:

- Copia de la guía del estudiante parte 2.
- Copia anexo 2.

Por equipos de tres estudiantes:

- Copia de guía del estudiante parte 1.
- 30 botones.
- Copias de **El juego de los signos** (anexo 1).
- Cuatro tizas de colores.

Lo que debes Explorar y Experimentar

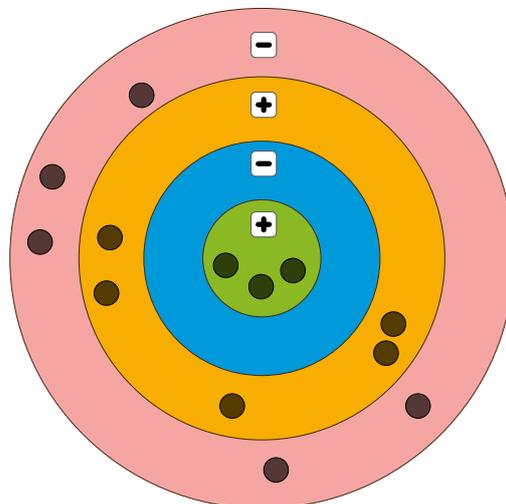
Tarea N.º 1: El juego de los signos

Se divide el grupo en subgrupos de tres estudiantes, se les entrega el material de trabajo compuesto por cuatro tizas de colores, 30 botones y una copia del anexo 1.

Cada subgrupo tendrá una copia de la **guía del estudiante parte 1** donde encontrará las instrucciones de juego y cada estudiante tendrá la **guía del estudiante parte 2** donde registrará los datos obtenidos por lanzamiento.

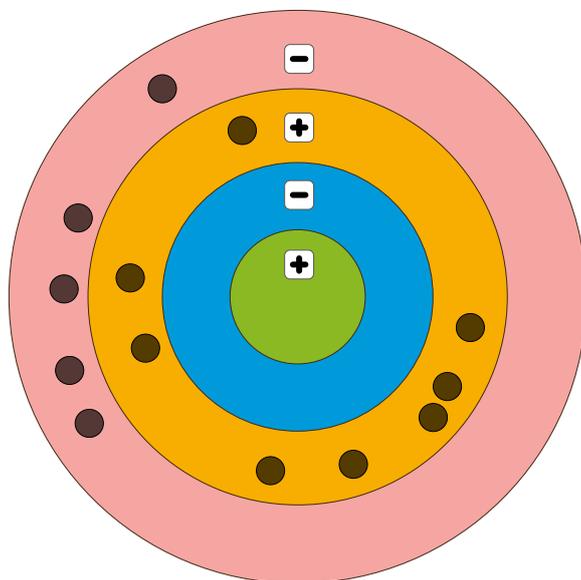
Instructivos de la actividad

1. Dibujen en el piso **El juego de los signos** de acuerdo con la imagen del anexo 1. Un jugador señalará en el piso una distancia de 50 cm para realizar los lanzamientos.
2. Inicia el jugador que el subgrupo escoja, este tira sobre **El juego de los signos** los 30 botones.
3. Todos registran en la tabla de la **guía del estudiante parte 2** los valores obtenidos por el lanzador.
4. El lanzador comienza a dictar los valores obtenidos iniciando desde el círculo de color verde hasta el rosado.



Supongamos que un lanzador obtuvo los resultados que se ven en la imagen y comienza a dictar: positivos en círculo verde 3, negativos en círculo azul 0, positivos en círculo naranja 5, negativos en círculo rosado 5.

5. Los agrupa según la posición en la que hayan quedado: positivos con positivos y negativos con negativos como se muestra en la imagen.



El lanzador formula la operación resultante luego de la agrupación de los botones según sus signos para encontrar el valor final y registrarlo en la última columna de la tabla. Continúa el compañero de la derecha y realiza el mismo procedimiento.

Reglas del juego

- Todos los jugadores deben registrar los datos y realizar las operaciones.
- Gana un punto el jugador que lanza los botones y obtiene el resultado correcto, si es incorrecto no tiene punto y en caso de empate el jugador que lo halla resuelto correctamente en el menor tiempo posible obtiene el punto.
- Son 12 rondas, cada jugador tiene derecho a cuatro lanzamientos, pero no de forma consecutiva.
- Gana el jugador que obtenga más puntos durante las 12 rondas.
- Los mismos miembros del equipo serán los veedores y responsables de asignar los puntos a quien haya realizado el cálculo correcto.

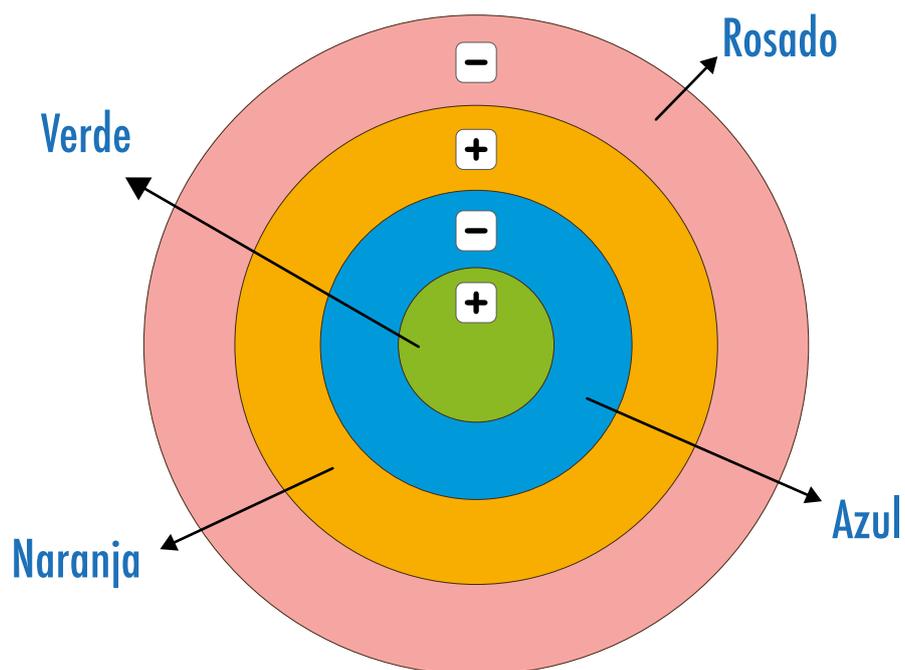
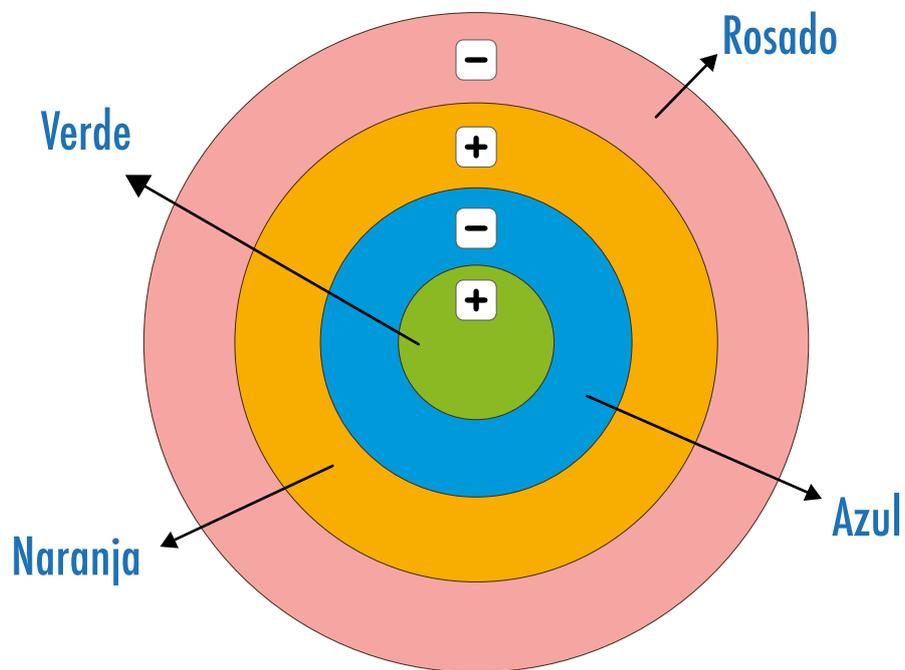
SUMANDO NO SIEMPRE AUMENTAMOS Y RESTANDO NO SIEMPRE DISMINUIMOS



Guía del estudiante parte 2

El juego de los signos	Círculo verde	Círculo azul	Círculo naranja	Círculo rosado	Asociación de cantidades negativas y positivas			Cálculo de resultados	
					Agrupación de positivos	Agrupación de negativos	Operación resultante de positivo y negativo	Resultado final	Puntuación por cálculos bien realizados
Nº lanzamiento	Positivo (+)	Negativo (-)	Positivo (+)	Negativo (-)					
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
								Total de puntos	

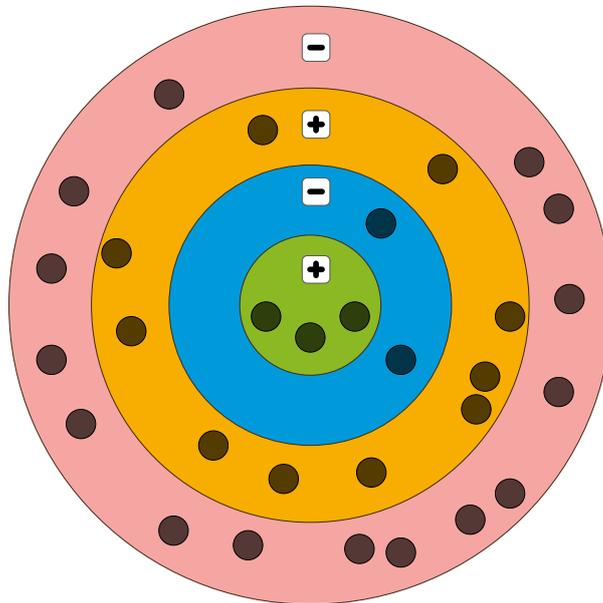
Anexo 1. El juego de los signos.



Anexo 2. Lo que aprendiste

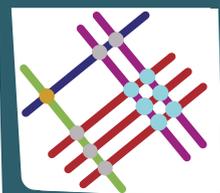
Selección múltiple con única respuesta:

Camilo lanzó 30 botones y obtuvo los siguientes resultados:



Con base en la gráfica anterior resuelve las siguientes preguntas:

1. La cantidad de botones ubicados en las casillas positivas es:
A. 17 **B.** 4 **C.** 13 **D.** 8
2. La cantidad de botones ubicados en las casillas negativas es:
A. 17 **B.** 4 **C.** 13 **D.** 8
3. ¿Cuál de las siguientes operaciones puede representar mejor el lanzamiento de Camilo?
A. $3+2-10-15$ **C.** $-3-2-10-15$
B. $3-2+10-15$ **D.** $3+2-10-15$
4. El resultado de las operaciones realizadas por Camilo es:
A. 4 **B.** -4 **C.** 30 **D.** -30



Guía del docente

Hilda Nora Echeverry | Carmen Lucía García | Luz Miriam Obando

Institución Educativa José Prieto Arango
Municipio de Tarso, Antioquia

Ficha informativa

Estándares	Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros). Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.) Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
Pensamientos	Numérico y sistemas numéricos. Espacial y sistemas geométricos.
Grado	Segundo.
Logros	Utiliza diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Domina procedimientos y algoritmos matemáticos y conoce cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz.

En el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en la operación de la multiplicación, se ha encontrado que las tablas de multiplicación han sido el «coco» para varias generaciones de estudiantes por su exigencia de memorización, difícil comprensión y pocos métodos didácticos para su enseñanza.

Este taller busca brindar al estudiante una importante herramienta para combatir ese temor: **la multiplicación gráfica** que sirve para comprender cuál es el uso que se le da a la propiedad distributiva en el momento en el que hacemos cualquier multiplicación.

Se ha olvidado el disfrute y la posibilidad de constituir estrategias didácticas y divertidas que ofrecen el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Esta actividad pretende retomar y mostrar que los conceptos que son llamados difíciles se pueden plantear de una manera diferente.



Por estudiante:

- ☀ 4 lápices de diferente color.
- ☀ Regla.

Sobre las tareas

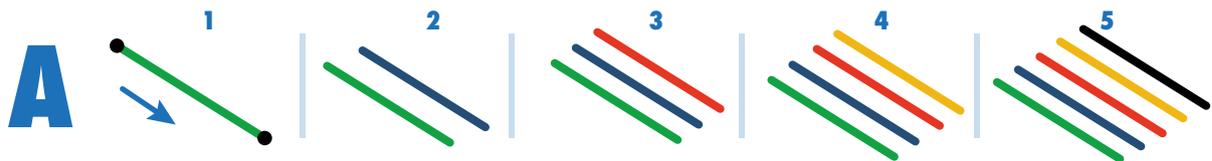
Para las siguientes tareas se recomienda que los estudiantes hayan adquirido conceptos como: conteo, trazo de líneas y direccionalidad, punto, lectura y escritura de números. En el cuadro informativo se facilita una definición clara y concisa para entregar a los estudiantes sobre líneas curvas y líneas rectas.

Recordemos que:
Una línea curva es una sucesión de infinitos puntos donde los puntos no están alineados necesariamente en una misma dirección.
Una línea recta es una sucesión de infinitos puntos (no tiene principio ni fin, es decir, no tiene límites) donde los puntos están alineados en una misma dirección.

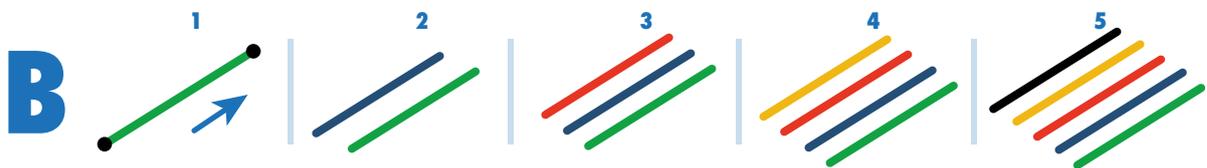
Estas actividades se pueden realizar desde preescolar hasta quinto de primaria adaptándolas a las necesidades y a las capacidades de los estudiantes. Todas las tareas se realizan de forma dirigida por el docente.

Antes de iniciar con las tareas se deja al docente las explicaciones gráficas sobre cómo se deben trazar las líneas de cada una de las filas del anexo 1:

1. Unir los puntos de izquierda a derecha y hacia abajo:



2. Unir los puntos de izquierda a derecha subiendo:



Se sugiere que todas las líneas sean realizadas con marcadores o tizas de colores como lo muestra la imagen, esto genera una asociación entre color y cantidad que permite en los estudiantes recordar con mayor facilidad las convenciones.

Orientaciones didácticas

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. °1: entre planetas y estrellas

Se inicia el trabajo recordando qué es el punto y qué son las líneas horizontales y verticales mediante las preguntas ¿qué es un punto?, ¿qué ocurre si trazamos muy juntos muchos puntos en una misma dirección? Dichas preguntas se plantean para movilizar conocimientos previos y consolidar el concepto de línea.

Luego, se entrega la **guía del estudiante parte 1**, en ella se muestra el dibujo de planetas y de estrellas acompañados de una letra y de dos puntos: uno de partida y otro de llegada. Cada estudiante con diferentes colores traza líneas rectas usando la regla de tal forma que una los puntos que tienen la misma letra. El docente orienta el ejercicio mediante:

- ☀ Un ejemplo en el que demuestre cómo trazar las líneas: nuestras líneas tendrán un punto de partida y uno de llegada que tendrán las mismas letras. Es independiente si se inicia

con un planeta, una estrella o el Sol, lo importante es unir los que tengan la misma letra.

- ☀ Cuando vayan a responder las preguntas lo deben hacer de manera grupal.

Después el docente explica el tipo de líneas que ellos construyeron: este tipo de líneas se llaman **paralelas**, pues nunca se cruzan con otras líneas.

Pasan a la **guía del estudiante parte 2** que los estudiantes desarrollan solos; el docente interviene en la socialización de las preguntas que se presentan en la guía.



Para finalizar, el docente explica el tipo de líneas que los estudiantes construyeron: este tipo de líneas se llaman secantes ya que se cruzan y siguen su dirección (mientras dice esto el docente cruza sus brazos para que los estudiantes hagan una asociación mental, tal como lo muestra la imagen de la izquierda).

El propósito de la actividad es motivar y repasar conceptos previos que permitan abordar de manera más sencilla la temática de la siguiente actividad



Tarea N. °2: multiplicando en X

La tarea es pensada para que los estudiantes adquieran un nuevo método para multiplicar, dicho método es visual y concreto; además, tiene una secuencia que facilita obtener rápido el resultado. De igual forma es lúdico, divertido y refuerza procesos sicomotrices mediante el trazado de líneas.

Esta tarea inicia con la presentación a los estudiantes de diferentes formas de representar los números, por ejemplo, los utilizados por los egipcios, los chinos, los aztecas, los árabes, entre muchos otros. Nosotros representamos los números con los siguientes símbolos: 1, 2, 3, 4... etc. Un ejemplo de cómo otras culturas representan los números son los mayas así:

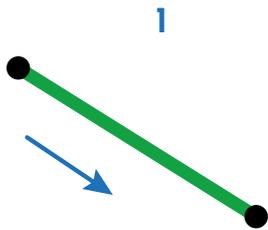
1	●	2	● ●	3	● ● ●	4	● ● ● ●	5	—
6	— ●	7	— ● ●	8	— ● ● ●	9	— ● ● ● ●	10	==
11	— ●	12	— ● ●	13	— ● ● ●	14	— ● ● ● ●	15	===
16	— ●	17	— ● ●	18	— ● ● ●	19	— ● ● ● ●	20	— ●

Además de símbolos podemos usar las letras como: uno, dos, tres, cuatro, etc. Si continuamos encontraremos una gran cantidad de formas.

Antes de hacer la explicación de cómo realizar la multiplicación gráfica, el docente inicia pidiéndoles a los estudiantes que llenen la fila A con la cantidad de líneas que indica el número y en la dirección en la que orienta la flecha. Para ser más precisos en la explicación se sugiere presentar a los estudiantes el siguiente ejemplo; se recomienda usar marcadores o tizas de diferentes colores:

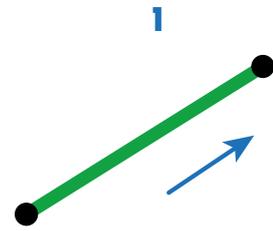
En la fila A unimos los puntos de izquierda a derecha y hacia abajo, así:

A



Terminada de llenar la fila A, seguimos con la fila B uniendo los puntos de izquierda a derecha subiendo, así:

B



Así mismo, durante la sesión de trabajo, el docente solo realizará el ejemplo de la primera casilla del anexo 1.

Para explicar la multiplicación gráfica se recomienda seguir los siguientes pasos representando el ejemplo 2×3 en el tablero.

El docente dispone el grupo en actitud de escucha para que los estudiantes realicen los otros ejercicios de forma individual.

1. Se toma el primer factor (2) y lo representamos con líneas rectas de izquierda a derecha hacia abajo.



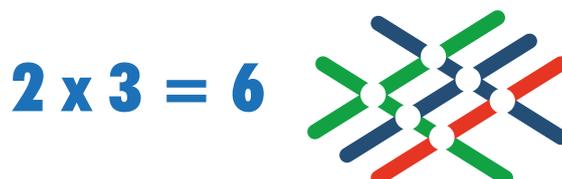
2. Se representa el segundo factor (3) en forma de líneas de izquierda a derecha hacia arriba.



3. Se cruzan las líneas.



4. Donde se encuentran las líneas se hace un punto y se cuentan esos puntos para obtener el resultado.



Al finalizar la explicación se entrega a los niños la **guía Haciendo líneas (anexo 1)**, en ella el docente pedirá a los estudiantes ingresar el ejemplo que acaba de hacer en el tablero, luego ellos ingresarán en la **tabla A** la representación de los números con líneas que van de izquierda a derecha hacia abajo, mientras que en la **tabla B** las líneas irán de izquierda a derecha hacia arriba, luego se unirán estas líneas en la tabla **Cruzar líneas** donde se sugiere hacer una equivalencia entre la palabra «por» y la unión de las líneas. Para lograr esto el docente le explicará al estudiante que cada vez que vean una «x» esta significará cruzar líneas. Posteriormente, donde se unan las líneas se hará un punto y todos los puntos hechos se contarán y se escribirá su cantidad en la parte inferior.

Para complementar la actividad se entregará la **guía Unir líneas (anexo 2)** donde los estudiantes deberán trazar la cantidad de líneas descritas en cada una de las casillas: el número que está dentro del círculo será el número de líneas acostadas de izquierda a derecha hacia abajo y el número en los triángulos será la cantidad de líneas que se trazarán de izquierda a derecha hacia arriba. Se marcará con un punto donde se cruzan las líneas, se contará la cantidad de estos y se registrará en las casillas de «respuesta».

Lo que aprendiste: multiplicación gráfica hasta el 4

Esta tarea pretende repasar y evaluar los conceptos adquiridos en clase. Se entregará a cada estudiante la guía **Tabla de multiplicación (anexo 3)** que es una tarea para que los niños completen la tabla de multiplicar hasta el número 4 usando el método gráfico.

Referencias

- ☀ **Paenza, Adrián** (2005). Matemática... ¿estás ahí? [versión Adobe PDF]. Recuperado de <http://www.librosmaravillosos.com/matematicaepisodio3/pdf/Matematica...%20Estas%20ahi%20Episodio%20314%20-%20Adrian%20Paenza.pdf>
- ☀ **[Don Curiosidades]**. (2012, abril 20). Como multiplican los ingenieros japoneses y chinos. Multiplicar con rayas o líneas [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=HxaYRt4o6ss>
- ☀ **Sistemas Virtuales de Aprendizaje**. (s.f., marzo, 10). Líneas rectas y líneas curvas [Web log post]. Recuperado de <https://www.smartick.es/blog/index.php/lineas-rectas-y-lineas-curvas/>



Guía del estudiante parte 1

Cada planeta posee una estrella y estas tienen la misma letra del planeta acompañado de un punto. Traza con una regla una línea que una el planeta con la estrella partiendo del punto y llegando hasta el otro, siempre y cuando las letras sean iguales. Cuando finalices contesta las preguntas.

1. ¿Cuántas líneas trazaste?

2. Si las líneas se cruzan marca su unión con un punto de otro color ; ¿se cruzan las líneas que trazaste?

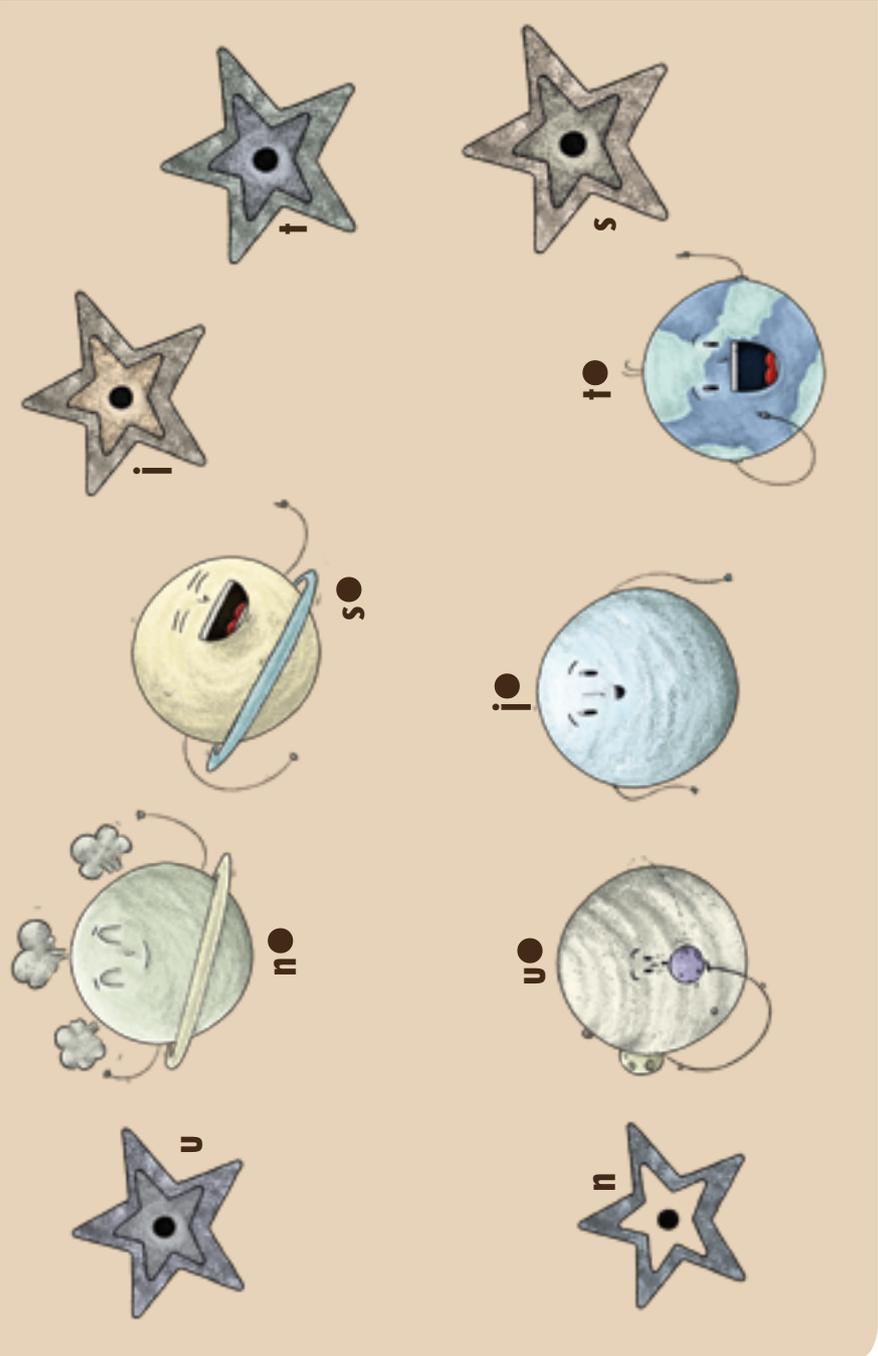
3. ¿Cuántas líneas se cruzaron?



ENTRE LÍNEAS

Guía del estudiante parte 2

Cada planeta posee una estrella y estas tienen la misma letra del planeta acompañado de un punto. Traza con una regla una línea que una el planeta con la estrella partiendo del punto y llegando hasta el otro, siempre y cuando las letras sean iguales. Cuando finalices contesta las preguntas.



1. ¿Cuántas líneas trazaste del punto de partida al punto de llegada?

2. Si las líneas se cruzan marca su unión con un punto de otro color; ¿cuántos puntos marcaste?

3. ¿Se cruzan todas las líneas que trazaste?

Anejo 1. Haciendo líneas

Traza con un color la cantidad de líneas inclinadas que indique el número que está encima de la tabla, todas van de izquierda a derecha hacia abajo. Usa los puntos del primer cuadro como referencia y traza las líneas en la dirección que indica la flecha.

A

1	2	3	4
---	---	---	---

Traza con otro color la cantidad de líneas inclinadas que indique el número que está encima de la tabla, todas van de izquierda a derecha hacia arriba. Usa los puntos del primer cuadro como referencia y traza las líneas en la dirección que indica la flecha.

B

1	2	3	4
---	---	---	---

Como hiciste en los cuadros A y B traza en cada casilla líneas de izquierda a derecha hacia abajo y de izquierda a derecha hacia arriba de acuerdo con los números indicados en la parte superior; donde se encuentren haz un punto, cuéntalos y debajo de la casilla pon el resultado.

Cruzar Línea	1 por 1	2 por 2	3 por 3	4 por 4
Puntos				

Anexo 2. Unir líneas

Vamos a trazar líneas en cada casilla como lo hicimos en los cuadros anteriores; el número que está dentro del círculo será el número de líneas medio inclinadas que irán de izquierda a derecha hacia abajo (como en el cuadro A) y el número en los triángulos será la cantidad de líneas que se trazarán medio inclinadas de izquierda a derecha hacia arriba (como en el cuadro B). Se marcará con un punto donde se crucen las líneas y estos se contarán y se registrarán en las casillas de respuesta.

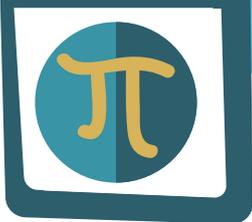
Multiplicación	 2×3	 3×4	 1×3	 4×2	 5×2						
	Respuesta										

Anexo 3. Lo que aprendiste: Tabla de multiplicación

Con el método gráfico realiza las multiplicaciones indicadas en la parte superior de las casillas y escribe la respuesta en la casilla sombreada:

1×1	1×2	1×3	1×4
Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:
2×1	2×2	2×3	2×4
Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:
3×1	3×2	3×3	3×4
Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:
4×1	4×2	4×3	4×4
Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:	Respuesta:

EL NÚMERO QUE NO TERMINA



Guía del docente

Edgar de Jesús Ospina G.
Institución Educativa Rural San Pablo
Municipio de Tâmesis, Antioquia

Ficha informativa

Estándar	Utilizo procedimientos de generalización para llegar a una fórmula matemática.
Pensamientos	Variacional y sistemas algebraicos y analíticos.
Grados	Décimo y undécimo.
Logro	Deducirá una expresión algebraica que tiende a π en función de n (números de lados del polígono regular) y del ángulo central a través de la inscripción de polígonos regulares en una circunferencia de radio dado.

El número π dentro de los diferentes conjuntos numéricos que existen en matemáticas pertenece al conjunto de los números irracionales que significa que no puede expresarse como una razón, es decir, que no puede ser el resultado de la división de dos números enteros. Así como $\sqrt{2}$ (raíz cuadrada de dos) es una constante matemática que aparece al dividir la longitud de la diagonal de cualquier cuadrado entre la longitud de su lado; análogamente π es otra constante matemática que resulta de la división entre el perímetro de una circunferencia y su respectivo diámetro.

El valor numérico de π , del cual solo se usan sus seis primeras cifras, es el siguiente: 3,14159265358979323846... El valor de este se ha obtenido gracias a diversas aproximaciones y ha supuesto un esfuerzo constante de numerosos científicos en la búsqueda, a través de la historia, del mayor número de decimales. Es una letra griega cuyo símbolo actual fue adoptado en 1706 por William Jones y popularizado a partir de 1737 por Leonhard Euler.

Con este trabajo se pretende encontrar una expresión matemática que permita, en forma aproximada, hallar el valor de π mediante el cálculo de las áreas de diferentes polígonos inscritos en circunferencias de radio dado. Esta actividad al realizarla con los estudiantes les llevará en forma significativa a afianzar algunos conceptos matemáticos de geometría, álgebra y trigonometría; además, potenciará la deducción de una fórmula matemática (expresión algebraica) muy utilizada en Matemáticas, Física e Ingeniería y que en varias ocasiones se les presenta a los estudiantes de una forma mecánica, descontextualizada y algorítmica.

Sobre las tareas

Las actividades que se presentan serán realizadas por el docente de forma dirigida mediante preguntas e imágenes. Para aplicar este taller es necesario que los estudiantes tengan los siguientes conocimientos básicos:

- Área del triángulo.
- Ángulos centrales.
- Identidad para el ángulo doble.
- Propiedades de las rectas notables en los triángulos isósceles.
- Expresiones algebraicas.
- Relaciones trigonométricas.

Orientaciones didácticas

- ☀ Con el presente trabajo se pretende realizar algo similar a lo que hizo Arquímedes en su época: inscribiendo polígonos regulares en una circunferencia de radio dado y a través del cálculo de las áreas de cada uno de los polígonos llegar a una expresión matemática que permita encontrar el valor de π .
- ☀ En la presente guía se omite el ítem «Lo que aprendiste» pues se decidió realizarlo en la segunda tarea con preguntas abiertas que demuestren el nivel de argumentación y de análisis de los estudiantes.

Lo que debes Explorar y Experimentar

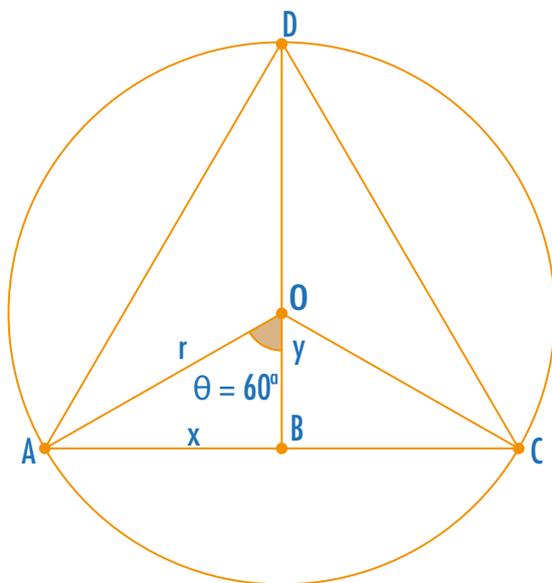
Tarea N. °1: generalizando

Para la actividad los estudiantes deben construir previamente en hojas de papel milimetrado los primeros seis polígonos regulares: triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono y octágono. Se le recomienda al docente construir en un pliego de papel periódico estos seis polígonos regulares como material de apoyo.

Al estudiante se le da la instrucción de que divida cada polígono así:

- ☀ El triángulo equilátero se divide en tres triángulos isósceles.
- ☀ El cuadrado en cuatro triángulos isósceles.
- ☀ El pentágono en cinco triángulos isósceles.
- ☀ El hexágono en seis triángulos isósceles.
- ☀ El heptágono en siete triángulos isósceles.

Luego, se le pide al estudiante que halle y registre los pasos empleados para hallar el área de uno de los triángulos isósceles en los que dividió el triángulo equilátero, dicha área se encuentra en términos de r y de la mitad del ángulo central que en este caso su valor es de 60° .



En la figura se puede observar que el triángulo isósceles AOC queda dividido en dos triángulos rectángulos al trazar la altura desde el vértice O al lado opuesto AC; acá el docente puede orientar esta construcción mediante las siguientes preguntas: ¿por qué el ángulo central AOC mide 120° ?, ¿por qué la altura OB en el triángulo AOC divide el ángulo central en dos ángulos iguales?, ¿por qué la línea OB divide en dos segmentos iguales el lado AC en el triángulo AOC?, teniendo en cuenta la clasificación de los triángulos de acuerdo con la medida de sus ángulos ¿qué clase de triángulo es el triángulo AOB?

Para que el estudiante encuentre las relaciones de seno y de coseno el docente se valdrá de la construcción antes realizada para acordar el significado de los términos: lado adyacente, lado opuesto e hipotenusa.

El punto donde la altura corta al lado AC se designará por la letra B. Ahora en el triángulo rectángulo ABO se nombra por la letra **y** (ye) el segmento de recta OB que representa la altura y por la letra **x** (equis) el segmento de recta AB que es la mitad del segmento de recta AC.

Ahora aplicando la relación trigonométrica coseno de 60° en dicho triángulo rectángulo se determina que:

$$\cos 60^\circ = \frac{y}{r}$$

en donde

$$y = r \cos 60^\circ$$

Luego en el mismo triángulo rectángulo se determina que:

$$\sin 60^\circ = \frac{x}{r}$$

Y al despejar x (equis) se obtiene que: $x = r \sin 60^\circ$

Teniendo despejadas las variables x, y se procede a calcular el área del triángulo rectángulo en mención aplicando la fórmula. $\frac{b \cdot h}{2}$

La base es el segmento AC que se reemplaza por la expresión matemática $2r \sin 60^\circ$ y la altura es el segmento OB que se reemplaza por $r \cos 60^\circ$.

Al reorganizar los términos se obtiene que:

$$A_{\Delta AOC} = \frac{2 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ r^2}{2}$$

Para hallar el área total de todo el triángulo equilátero ADC inscrito en la circunferencia basta con multiplicar por tres la expresión matemática que permitió encontrar el área del triángulo AOC. Este procedimiento se puede hacer porque el triángulo equilátero quedó dividido en tres triángulos isósceles congruentes: AOC, DOC y DOA donde los lados iguales de dichos triángulos son los radios de la circunferencia y el lado desigual es el lado del polígono regular.

Para hallar las áreas de los demás polígonos regulares se aplica el mismo procedimiento empleado para hallar el área del triángulo equilátero, teniendo presente que el valor del ángulo central y, por ende, el valor del ángulo donde se aplica la respectiva relación trigonométrica va variando en la medida en que van aumentando los lados del polígono.

Se debe tener presente que para hallar el área de los demás polígonos se usa la mitad del ángulo central como se observa en la siguiente tabla:

Polígono	Angulo central/2
Triángulo	60°
Cuadrado	45°
Pentágono	36°
Hexágono	30°
Heptágono	$25,7^\circ$

Después que cada estudiante encuentre las expresiones matemáticas de las áreas de cada polígono regular se le entregará una copia de la **guía del estudiante**. Se pretende que el estudiante consigne en la tabla toda la información escrita en las hojas de papel milimetrado, pero en una forma más sucinta que le permita observar la existencia de una regularidad en la información registrada en la columna «Área simplificada del polígono».

El docente orientará la sistematización en la tabla mediante el ejemplo del triángulo equilátero:

Número de lados	Nombre del polígono	Área de un solo triángulo isósceles	Área total del polígono	Área simplificada del polígono
3	Triángulo equilátero	$\frac{2\text{sen}60^\circ \text{cos}60^\circ \cdot r^2}{2}$	$\frac{3(2\text{sen}60^\circ \text{cos}60^\circ) \cdot r^2}{2}$	$\frac{(3\text{sen}120^\circ) \cdot r^2}{2}$

Nota: para hallar el área simplificada del polígono a partir del área total del polígono se aplicó la identidad trigonométrica del seno del ángulo doble:

$$\text{sen}2\alpha = 2\text{sen}\alpha\text{cos}\alpha$$

Se debe tener presente que en la expresión matemática que aparece en el área total del polígono no se puede simplificar la constante 2 ya que permite ver la generalización de la fórmula.

Seguidamente, el docente iniciará una serie de preguntas que llevarán al estudiante a encontrar la relación entre el número de lados de un polígono y el área de la circunferencia.

La relación que existe entre el área del polígono inscrito en la circunferencia y el área de la circunferencia a medida que crecen los lados del polígono regular tiende a que las áreas de ambos sean casi iguales.

El estudiante realizará el mismo proceso que el docente mostró con el triángulo equilátero hasta el heptágono y a medida que realiza los cálculos de áreas en el papel milimetrado los registra en **la guía del estudiante**, luego se le pide que diligencie la tabla hasta el polígono regular de 12 lados, pero sin tener las construcciones de dichos polígonos solo llenando la información de la columna del Área total simplificada y para esto se le cuestiona lo siguiente:

1. En los datos registrados en la columna «Área simplificada del polígono» ¿cuáles datos varían y cuáles permanecen constantes? Se espera que el estudiante responda que permanece constante el 2 del denominador y del radio.

De igual forma, se espera que responda: solo varían los factores que multiplican la función seno que representan los lados del polígono regular con el que se está trabajando; también varía el valor del ángulo central.

2. ¿Cuál es el significado de cada uno de los términos que aparecen en la columna del «Área simplificada del polígono»?
3. Teniendo en cuenta el valor del ángulo que equivale a una vuelta completa y el número total de lados del polígono inscrito en la circunferencia ¿se podrá generalizar mediante una expresión matemática el valor del ángulo central? El docente debe lograr que cada estudiante lo escriba así: $\frac{360}{n}$ donde **n** es el número de lados del polígono.
4. Si tuviésemos un polígono de **n** lados ¿cuál sería la expresión matemática que permitiría hallar el área de ese polígono? Se espera que el docente oriente al estudiante para que este encuentre la siguiente expresión matemática:

$$\frac{n \cdot \text{sen}\left(\frac{360}{n}\right)}{2} \cdot r^2$$

Tarea N.º2: cuestionando

Una vez el estudiante haya deducido la expresión matemática o algebraica que permitió encontrar el área de un polígono regular de **n** lados se le entrega el siguiente cuestionario que tiene como finalidad darle significado y aplicabilidad a la fórmula en mención. Las preguntas son:

1. ¿Qué le pasa al área del polígono con respecto al área de la circunferencia a medida que van aumentando los lados del polígono inscritos en dicha circunferencia? Se espera que el estudiante responda que al aumentar el número de lados del polígono el área de este tiende a ser igual al área del círculo.
2. Usando la calculadora llenar la siguiente tabla reemplazando el valor de **n** en la fórmula encontrada (**n**: número de lados del polígono).

n	$\frac{(n \cdot \text{sen}(360/n))}{2}$
10.000	
100.000	
1.000.000	
2.000.000	
3.000.000	

3. ¿Por qué los valores hallados en la tabla anterior no varían en sus primeras seis cifras decimales a pesar de que varía el número de lados del polígono?
4. ¿Alguna vez has escuchado en tu vida de este número? ¿Qué significa o a quién representa? Se espera que el estudiante responda que es la constante matemática **pi** (π).

Para dar cierre a la actividad el docente concluye sobre el número **pi** realizando una lectura con los estudiantes, se le recomienda la siguiente lectura consignada en el sitio web Historias y biografías, pero puede ser cualquier otra que él considere pertinente:

http://historiaybiografias.com/numero_pi/

Referencias

- ☀ **Profesor de Dibujo.** (2012, enero 31). Triángulo equilátero inscrito en una circunferencia [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=rzn5eqjB1Co>
- ☀ **Arturo Geometría.** (2014, febrero 15). Cuadrado inscrito en una circunferencia [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=Cj6B9ubTeAYI>
- ☀ **Profesor de Dibujo.** (2012, enero 28). Pentágono regular inscrito en una circunferencia (Polígonos regulares circunscritos) [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=OwsPSXQZNR4>
- ☀ **Profesor de Dibujo.** (2012, enero 31). Hexágono inscrito en circunferencia [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=oGydboC9LDI>
- ☀ **Arturo Geometría.** (2014, marzo 9). Heptágono regular inscrito en circunferencia [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=12C-KEdZmOU>
- ☀ **Díaz –Maza Zuazo, J.** (2013, enero 26). Construcción de un octágono inscrito en una circunferencia [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=_19KeSBToRQ



Guía del estudiante

Vamos a encontrar qué relación existe entre estos polígonos y la circunferencia en la que están inscritos.



Por estudiante:

- ☀ Escuadras de 45° y 60° .
- ☀ Copia guía del estudiante.

Lo que comprenderás

- ☀ Incribirás polígonos regulares en una circunferencia de radio dado.
- ☀ Hallarás las áreas de triángulos rectángulos aplicando las definiciones de las relaciones trigonométricas.
- ☀ Simplificarás expresiones trigonométricas utilizando la identidad del ángulo doble.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N° 1: generalizando

Relaciona en la tabla la información que encuentre de los demás polígonos inscritos. Bájate en el ejemplo del triángulo equilátero para diligenciarla.

Números de lados	Nombres del polígono	Área de un solo triángulo isósceles	Área total del polígono	Área simplificada del polígono
3	Triángulo equilátero	$\frac{2\text{sen}60^\circ \text{cos}60^\circ}{2} \cdot r^2$	$\frac{3(2\text{sen}60^\circ \text{cos}60^\circ)}{2} \cdot r^2$	$\frac{(3\text{sen}120^\circ)}{2} \cdot r^2$
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Tarea N. °2: cuestionando

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué le pasa al área del polígono con respecto al área de la circunferencia a medida que van aumentando los lados del polígono inscritos en dicha circunferencia?

2. Usando la calculadora llena la siguiente tabla reemplazando el valor de n en la fórmula encontrada (n : número de lados del polígono).

n	$\frac{(n \cdot \text{sen}(360/n))}{2}$
10.000	
100.000	
1.000.000	
2.000.000	
3.000.000	

3. ¿Por qué los valores hallados en la tabla anterior no varían en sus primeras seis cifras decimales a pesar de que varía el número de lados del polígono?

4. ¿Alguna vez has escuchado en tu vida hablar del número encontrado en el punto 2? ¿Qué significa? ¿A quién representa? ¿Dónde se utiliza? ¿Con qué figura está asociado?



Guía del docente

Gloria María Guerra | Carmen Tulia Calle

Institución Educativa San Antonio de Padua
Municipio de Támesis, Antioquia

Ficha informativa

Estándares y competencias	Para 1°: realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales. Para 0°: establezco relaciones entre los objetos, las figuras y los cuerpos geométricos según las propiedades de color, de tamaño, de textura y de forma.
Pensamientos y dimensión	Espacial y sistemas geométricos; cognitiva.
Grados	Preescolar y primero.
Logros	Identificar algunas características del triángulo y del cuadrado. Indicador: Identificará mediante la solución del rompecabezas pitagórico de Platón algunas características del triángulo, del cuadrado y de las diferentes figuras que pueden formarse al unirse. Disfrutará de actividades lúdicas como la narración de la biografía de Pitágoras de una forma clara y sencilla. Deducirá mediante instrucciones dadas que con algunas figuras geométricas se pueden construir otras (teorema de Pitágoras). Crearé un cuadrado mediante la utilización de triángulos atendiendo a diferentes instrucciones.

En esta guía los estudiantes reconocerán el teorema de Pitágoras mediante la construcción de figuras geométricas (triángulo y cuadrado) y de actividades lúdicas, artísticas y participativas que los lleven a aprender haciendo a partir de lo que les brinda su entorno.

Con las tareas que se han citado en este taller se busca abordar de una forma práctica y sencilla un tema que para muchas personas parece difícil como lo son los teoremas propuestos desde el punto de vista matemático por muchos expertos en este campo.

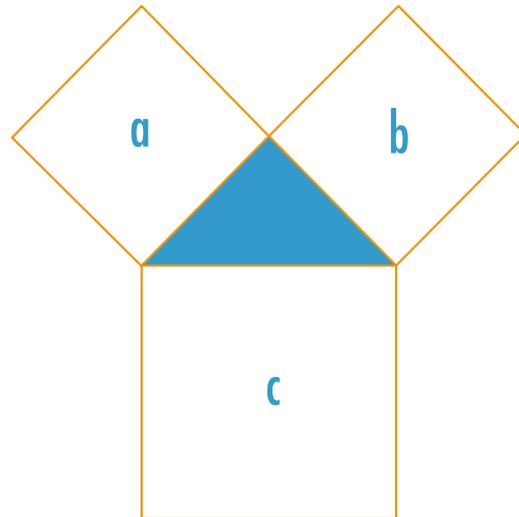
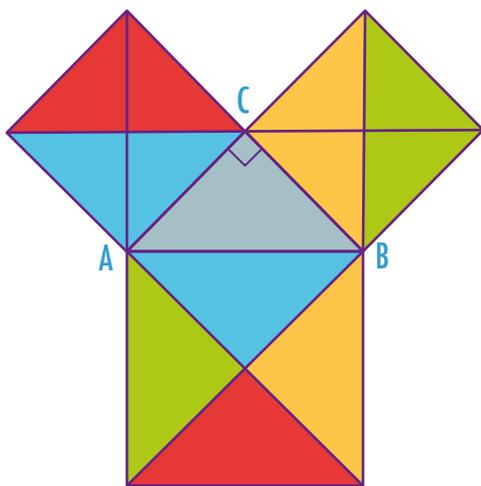
Es importante tener en cuenta que la propuesta está diseñada para niños que se encuentran en transición y primero de primaria con saberes previos de figuras geométricas sencillas y una motricidad fina en desarrollo para su edad, pues se requieren las habilidades del ensartado y del anudado de materiales, como la lana, para la ejecución de esta guía.

Sobre las tareas

Las tareas de esta guía fueron pensadas para los grados preescolar y primero de primaria, pero se pueden adaptar para los grados 2°, 3° y 4°, es por esto que se anexa una **guía del estudiante** que se recomienda aplicar con niños que sepan leer en un nivel básico. Se propone desarrollarla con lectura dirigida y socialización de preguntas. Si se desea aplicar esta guía con niños de grados más avanzados se deben adaptar las orientaciones para

que ellos potencien la habilidad de seguir instrucciones, interpretar preguntas y analizar respuestas. De esta manera se facilita un trabajo más autónomo.

La guía se basó en el rompecabezas pitagórico que se relaciona en la imagen de la izquierda:



Orientaciones didácticas

Las tareas se realizan de forma dirigida con la intención de desarrollar en los niños la habilidad de seguir instrucciones. De igual manera, el tema es trabajado con actividades atractivas para los estudiantes como, por ejemplo, el relato de la historia de Pitágoras no solo para divertirlos sino para brindarles un conocimiento de dicho matemático.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. °1: la historia

En esta tarea se le recomienda al docente crear una presentación con imágenes que lleven al estudiante a interesarse en las actividades que se realizarán durante la clase.

Igualmente, se recomienda al docente que se ilustre con la ubicación geográfica de la isla de Samos en Grecia para que realice una corta explicación a los estudiantes sobre el tema a trabajar.

Se organiza el grupo en mesa redonda y el docente inicia el siguiente relato:

La historia de un niño llamado Pitágoras

En Grecia está ubicada la Isla de Samos. Allí vivía un niño muy inteligente y curioso llamado Pitágoras. Pitágoras se la pasaba admirando las figuras que conformaban los objetos de su entorno y se preguntaba siempre: ¿de dónde podrán salir esas figuras? ¿Y cómo se forman?

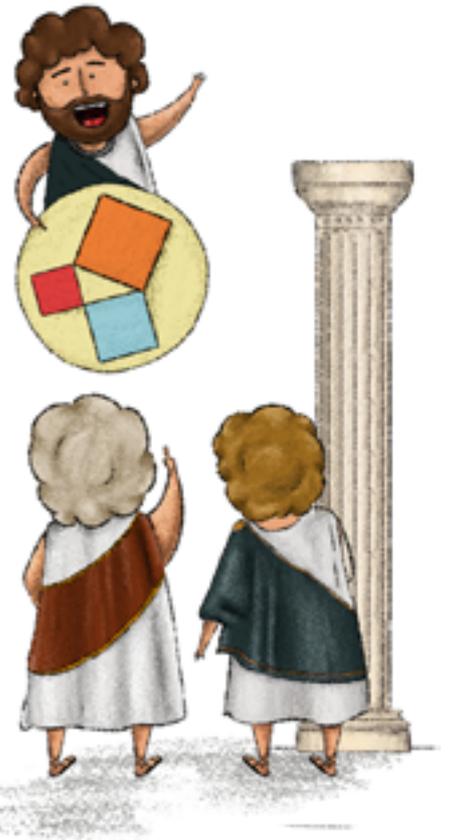
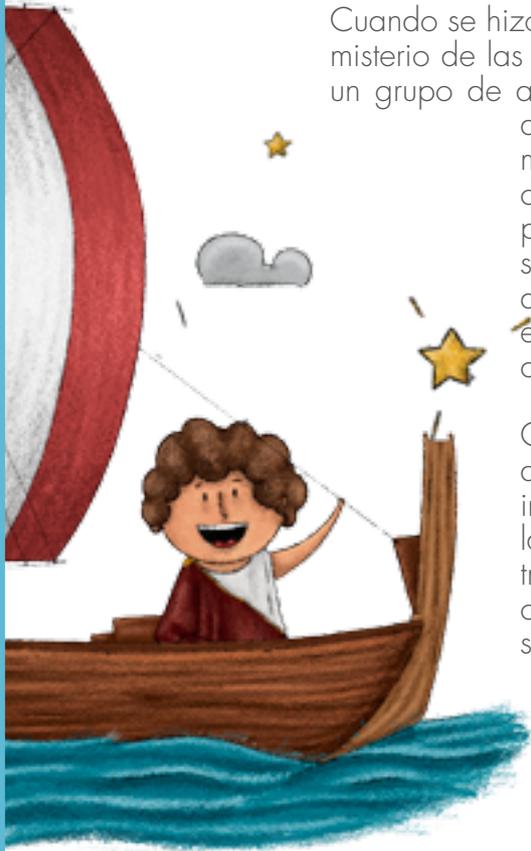
Pitágoras viajaba constantemente de un lugar a otro acompañando a su papá



que era comerciante. Además de gustarle las matemáticas, disfrutaba tocar la lira y escribir poesía.

Cuando se hizo adulto su interés por descubrir el misterio de las matemáticas lo llevó a conformar un grupo de amigos para dedicarse al estudio de esta ciencia. Eran personas muy especiales: no comían carne, compartían mucho tiempo juntos, parecían hermanos y buscaron un símbolo que los identificara, algo así como un escudo que para ellos era la estrella de cinco puntas y cinco lados.

Cierto día, Pitágoras y su grupo de amigos descubrieron algo muy importante para las matemáticas: la relación que hay entre un triángulo muy especial y tres cuadrados: ¿quieren saber de qué se trataba?...



Cuento creado por: Gloria María Guerra y Carmen Tulia Calle

¡Los invito a que lo averiguemos juntos! Fin.

Terminado el relato, el docente cuestiona al grupo para verificar el nivel de atención, de interés y de motivación que tuvo durante la tarea; además, es parte fundamental en la retroalimentación de saberes previos y de la escucha.

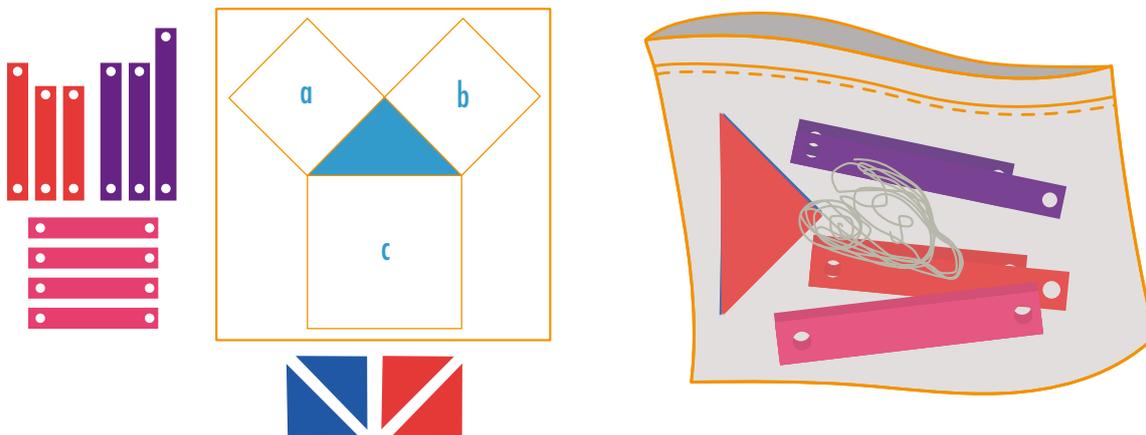
Se sugiere al lector algunas preguntas, pero cabe decir que el docente realiza las que crea pertinentes para la intencionalidad de la clase:

- ☀ ¿Quién vivía en la isla de Samos?
- ☀ ¿Qué hacía el pequeño Pitágoras?
- ☀ ¿Cómo era? Y ¿qué le gustaba?
- ☀ ¿A qué se dedicaban Pitágoras y sus amigos?
- ☀ ¿Qué descubrieron?
- ☀ ¿Te gustaría ser como Pitágoras y pertenecer a su grupo de amigos?
- ☀ Si fueras como Pitágoras ¿qué te gustaría investigar?

Tarea N. °2: sigamos instrucciones y juguemos

Previamente, el docente recorta las tiras del **anexo 1**. Se sugiere imprimir o trazar las tiras en cartulina de diferentes colores y tamaños y llevarlas a clase para cada estudiante, así:

- ☀ 2 tiras rojas, 2 tiras azules y 4 tiras rosadas, cada una de 11 cm de largo x 2 cm de ancho.
- ☀ 1 tira roja y 1 tira azul, cada una de 14 cm de largo x 2 cm de ancho.



Las tiras deben estar perforadas en las marcas de punto. El docente debe llevar para cada estudiante un metro de lana gruesa partida en 10 pedazos.

Todo este material se recomienda llevarlo en una bolsa resellable que se le entregará a cada niño.

Después de entregar el material se les pide a los estudiantes que realicen las orientaciones que se les darán a continuación.

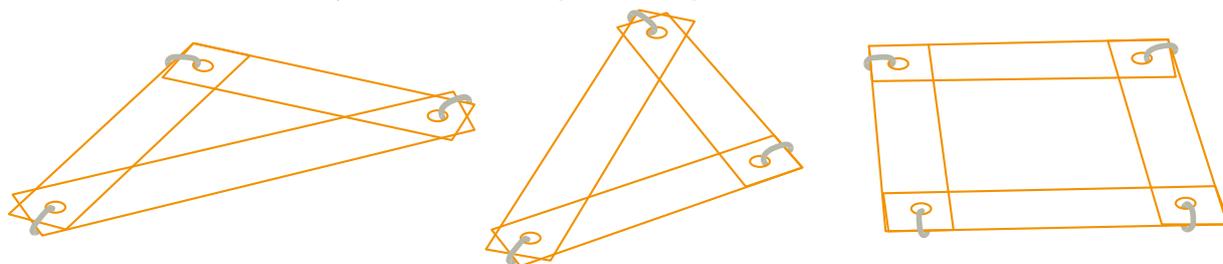
Para armar los dos triángulos:

- ☀ Escoge tres tiras del mismo tamaño y del mismo color.
- ☀ Arma una figura uniendo sus puntas y amarrándolas con la lana.
- ☀ Arma otra figura igual a la anterior formando así dos figuras iguales.

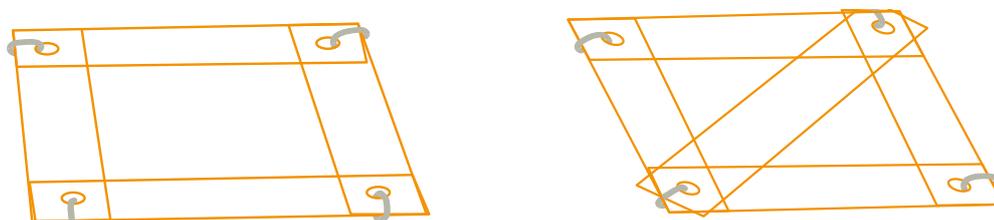
Para armar el cuadrado:

- ☀ Escoge cuatro tiras del mismo tamaño y color y forma otra figura.
- ☀ Recuerda amarrarla como las demás.

Cada estudiante debe quedar con las siguientes figuras formadas:



Luego el docente pedirá a los estudiantes que observen las figuras construidas, seguidamente les hará las siguientes preguntas: ¿cómo son los cuadrados? ¿Cómo son los triángulos? Esto para acercarlos en cuanto a saberes previos sobre la forma y los lados que tienen el cuadrado y el triángulo. Rápidamente se les pedirá a los estudiantes que utilicen los dos triángulos para formar un cuadrado igual al que se tiene previamente armado, como se presenta en la imagen de la derecha:



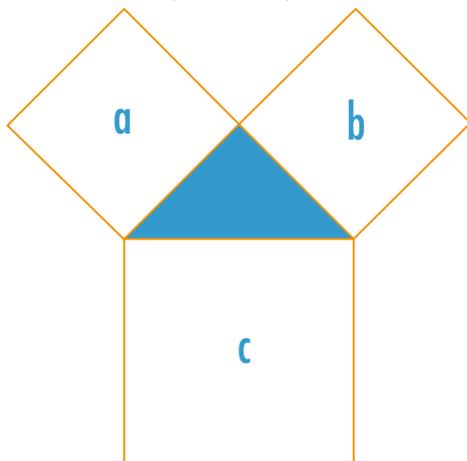
Es conveniente que el docente tenga presente al guiar al estudiante que al construir el cuadrado con los dos triángulos los lados más largos de estas figuras deben quedar superpuestos para que se forme correctamente el cuadrado.

Para descubrir el grado de dificultad que los estudiantes presentaron al realizar el ejercicio de construcción, el docente indagará en el grupo haciendo preguntas como estas:

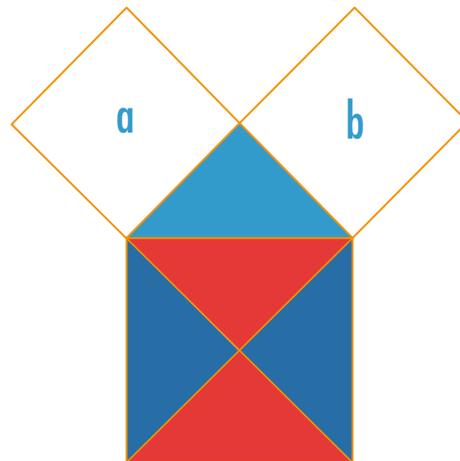
- ☀ ¿Qué tan difícil fue para nosotros construir el cuadrado utilizando los triángulos?
- ☀ ¿Cómo construimos el cuadrado?
- ☀ ¿Qué figura se forma si no pongo los lados uno encima del otro?
- ☀ ¿Es la figura que necesitamos formar?

Tarea N.º3: rompecabezas

- ☀ El docente trazará en una plantilla el teorema de Pitágoras como se ve en la ilustración (anexo 2):

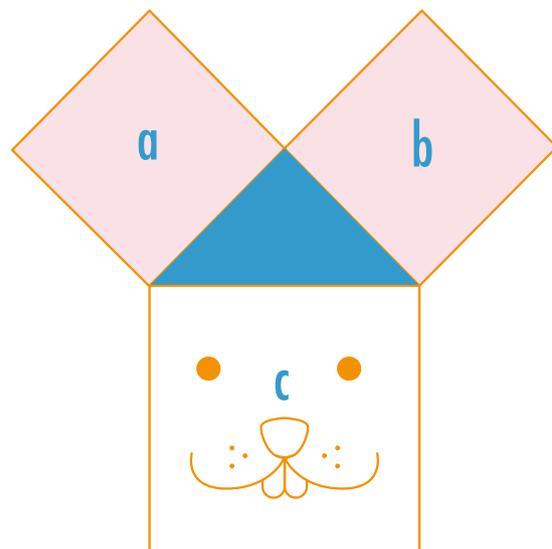


- ☀ También recortará cuatro triángulos de color que formarán la parte del cuadrado en el teorema, así:



Puede ser creativo y decorarlo convirtiéndolo en un animalito, en este caso se presenta un conejito:

Es conveniente que el docente indague con los estudiantes las partes que componen el conejito. Puede ser una pequeña descripción realizada posteriormente por los niños. Luego el docente invitará a los estudiantes a utilizar los cuatro triángulos que se colocaron encima del cuadrado en la parte de abajo que se forma en el teorema mediante la siguiente pregunta: ¿en qué otra parte del conejito puedo ubicar estos cuatro triángulos?

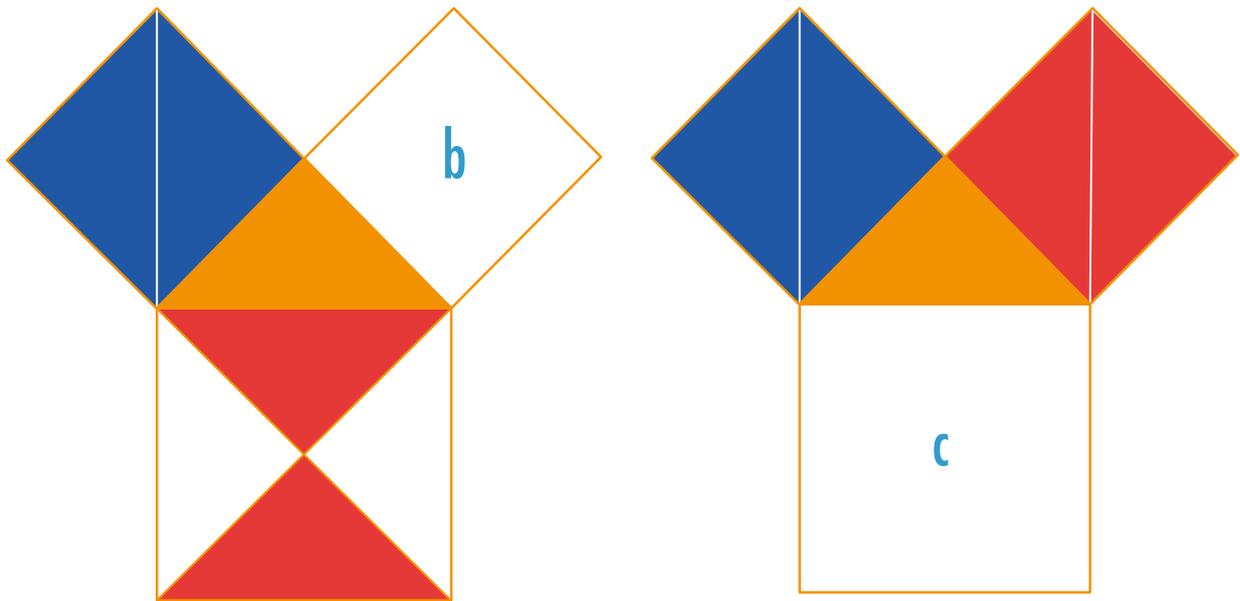


Si algún estudiante logra hacer este ejercicio de forma correcta será invitado por el docente para que haga la demostración ante el grupo y pueda guiar a los demás, en caso contrario el docente continuará la actividad sugiriéndole

a los estudiantes: escoger dos triángulos de los que se tienen en el cuadrado grande y luego colocarlos juntos formando otro cuadrado pequeño encima de la plantilla o conejito.

Cuando todos los estudiantes hayan realizado el primer cuadrado pequeño, se les invita a que repitan el ejercicio con el segundo cuadrado pequeño. Se presentan las imágenes que muestran

la solución del rompecabezas.



Finalmente, el docente invitará a los estudiantes para que observen lo que pasó; puede hacerlo con preguntas como:

- ☀ ¿Qué hicimos con los cuatro triángulos?
- ☀ ¿Por qué desapareció el cuadrado grande?
- ☀ ¿Qué utilizamos para formar los cuadrados de la parte superior?
- ☀ ¿Todos los cuadrados tienen el mismo tamaño?

El docente puede cerrar la sesión realizando una puesta en común para construir con el grupo lo que se descubrió en la actividad.

Referencias

- ☀ **Ministerio de Educación Nacional** (Ed.) (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá D. C.: *Ministerio de Educación Nacional*.
- ☀ **Ardila, L., Garcerá, F., Racero, Deri Nilsa Blanca, Romero, Luz Dary, Hleap, Eliana, Rodríguez, Claudia.** (2004-2009). Módulo de educación inicial en fe y alegría de Colombia: Herramientas para la práctica educativa.
- ☀ **Pellini, Claudio** (s. f.) Biografía matemático griego: Pitágoras de Samos, vida y obra. [Mensaje de un blog]. Recuperado de <http://historiaybiografias.com/matematico2/>
- ☀ **Gómez, José María** (s. f.). Pitágoras de Samos. [Mensaje en un blog]. Recuperado de <http://mimosa.pntic.mec.es/jgomez53/matema/conocer/pitagoras.htm>



Guía del estudiante

Vamos a realizar un viaje juntos por el mundo de las figuras. Arma tu maleta de viaje y hagamos este recorrido de conocimiento.



Para el docente:

- ☀ Sala con video beam y computador.

Para el estudiante:

- ☀ 10 tiras de cartulina de diferentes tamaños y colores.
- ☀ 10 pedazos de lana de 10 centímetros.
- ☀ 1 rompecabezas (pitagórico de Platón) en cartón construido previamente por el docente.

Lo que comprenderás

- ☀ Identificarás a través de la observación, la manipulación y la solución del rompecabezas pitagórico de Platón algunas características del triángulo y del cuadrado.
- ☀ Compartirás un espacio de disfrute y de participación de actividades lúdicas y visuales por medio de la narración de la biografía de Pitágoras.
- ☀ Deducirás a través de instrucciones dadas que con algunas figuras geométricas se pueden construir con otras (teorema de Pitágoras).
- ☀ Crearás un cuadrado mediante la utilización de triángulos atendiendo a diferentes instrucciones.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N.º 1: la historia

Escucha la historia que narra tu profesor y viaja imaginariamente a otro lugar, luego responde las preguntas que están a continuación.

- ☀ ¿Quién vivía en la isla de Samos?

- ☀ ¿Qué hacía el pequeño Pitágoras?

- ☀ ¿Cómo era? Y ¿qué le gustaba?

- ☀ ¿A qué se dedicaba Pitágoras y sus amigos?

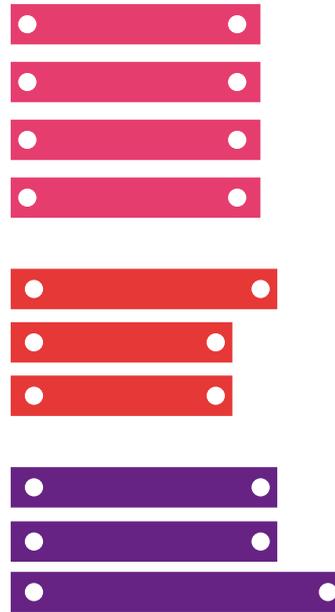
- ☀ ¿Qué descubrieron?

- ☀ Si fueras como Pitágoras ¿qué te gustaría investigar?

Tarea N. °2: construye figuras

Recibirás de tu profesor las siguientes tiras y debes clasificarlas así:

- ☀ 3 tiras rojas, 3 tiras azules y 4 tiras rosadas.
- ☀ Asegúrate que cada color tenga una cantidad diferente.
- ☀ Luego escoge 3 tiras del mismo tamaño y del mismo color.
- ☀ Arma una figura uniendo sus puntas y amarrándolas con la lana.
- ☀ Arma otra figura igual a la anterior formando así dos figuras iguales.
- ☀ Escoge 4 tiras del mismo tamaño y color formando otra figura. Recuerda amarrarla como las demás.



Pon atención a la explicación de tu profesor y responde:

¿Fuiste capaz de construir la figura? _____

¿Fue difícil? — ¿Por qué? _____

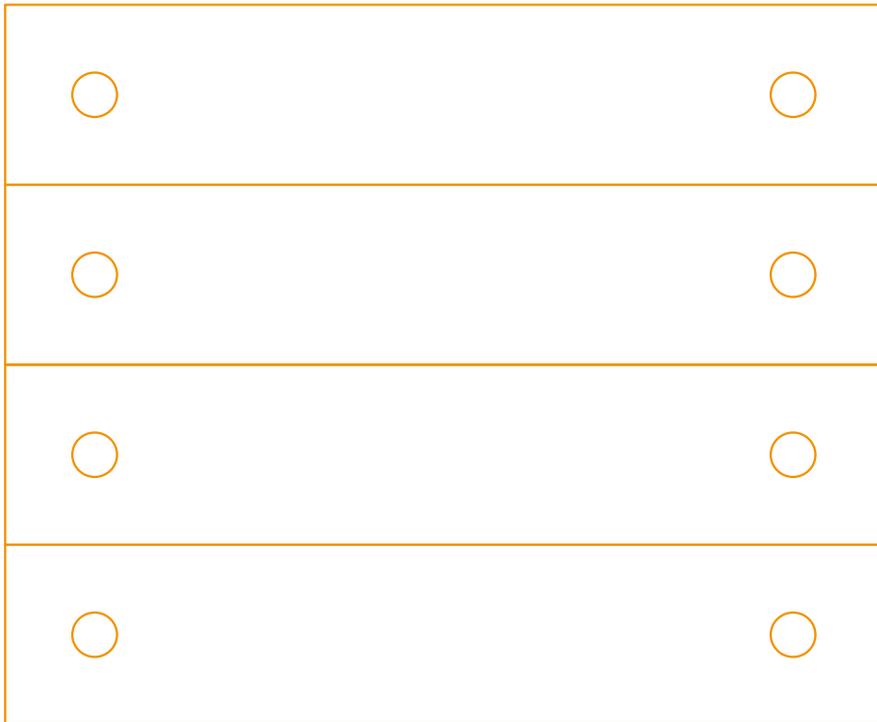
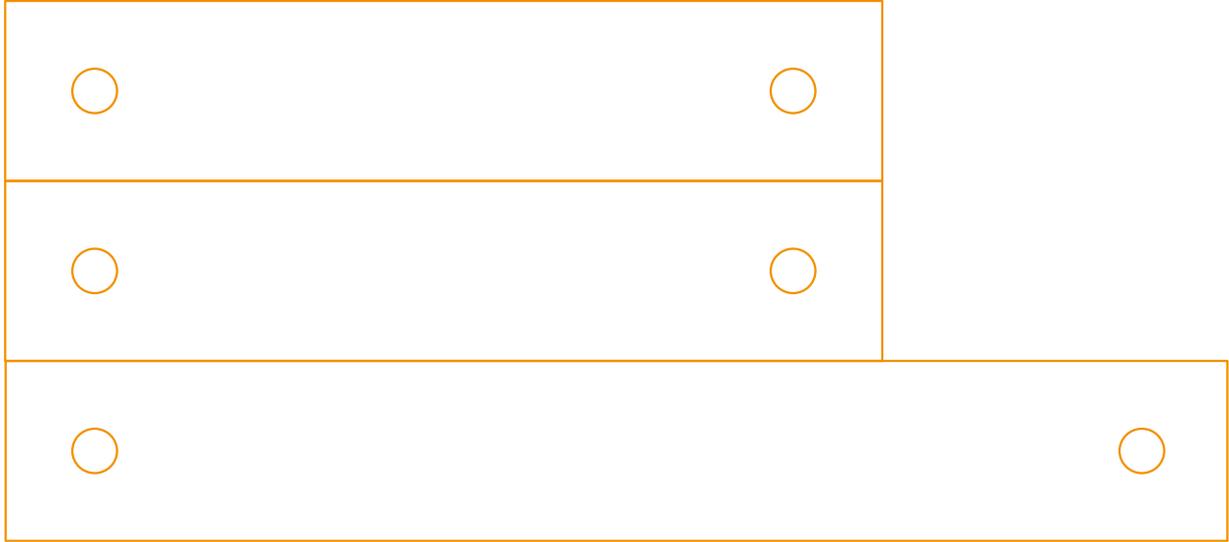
¿Cómo la formaste? _____

Tarea N. °3: rompecabezas

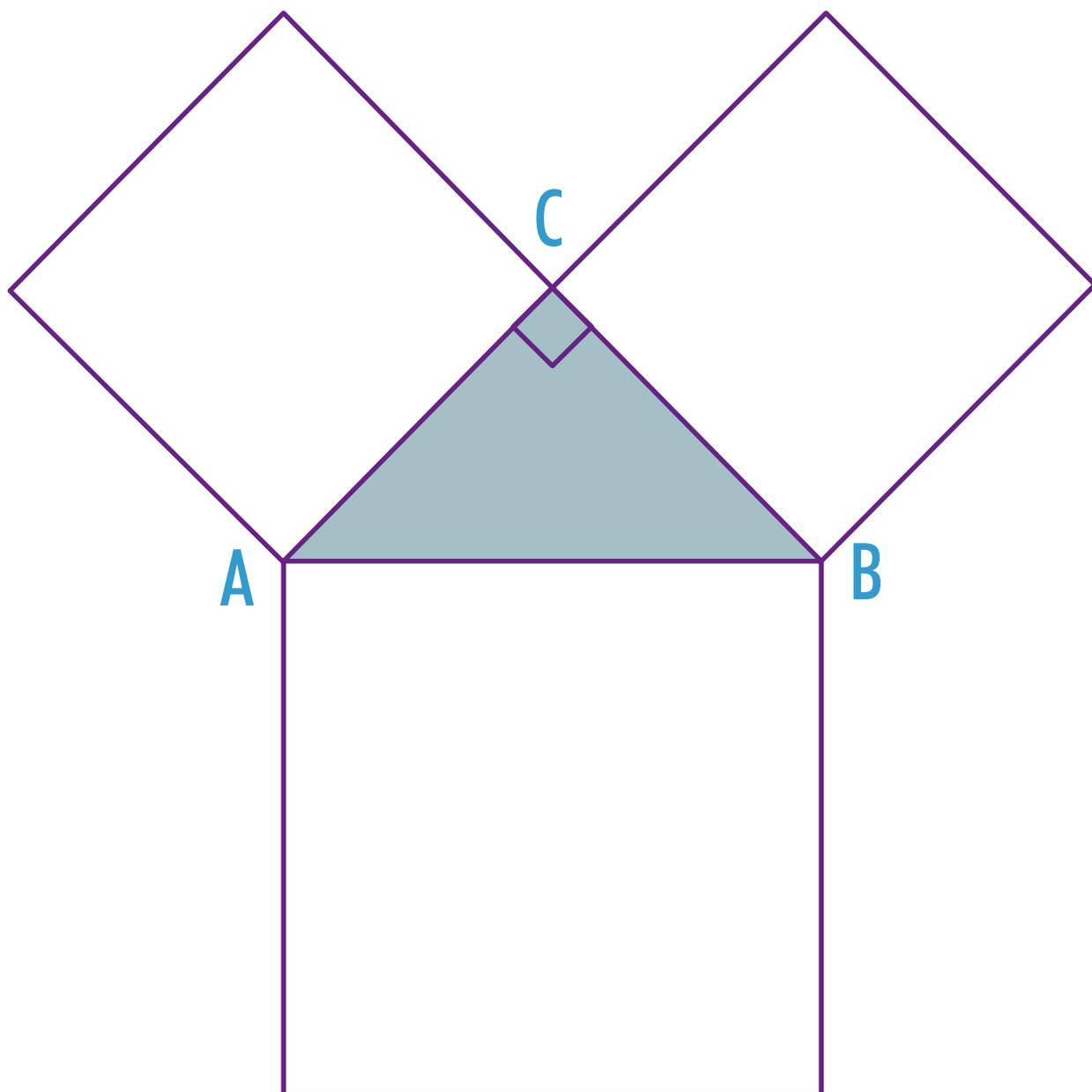
Sigue las instrucciones que da el profesor y responde las preguntas con ayuda de tu rompecabezas:

- ☀ ¿Qué figuras geométricas ves? _____
- ☀ Contemos, ¿cuántas figuras encontramos? _____
- ☀ ¿Qué colores tienen? _____
- ☀ ¿Podemos apreciar la misma figura? _____
- ☀ **Observa el cuadro A**, ¿cuáles figuras puedo utilizar para formarlo? _____
- ☀ **Observa el cuadro B**, ¿cuáles figuras puedo utilizar para formarlo? _____
- ☀ **Observa el cuadro C**, ¿cuáles figuras puedo utilizar para formarlo? _____

Anexo 1. Tamaño de las tiras de colores.



Anexo 2. Rompecabezas pitagórico de Platón.





Guía del docente

Ángela María Franco Castrillón
 Centro Educativo Rural Corcovado
 Municipio de Titiribí, Antioquia

Ficha informativa

Estándares	Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y de las propiedades de los números naturales y sus operaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones
Pensamientos	Pensamiento numérico y sistemas de números.
Grado	Quinto.
Logros	Resolverá situaciones multiplicativas aplicando la propiedad conmutativa. Justificará procesos aplicados para establecer relaciones multiplicativas aplicando la propiedad conmutativa.

Con el desarrollo de esta guía se pretende que los estudiantes pongan en práctica sus conocimientos sobre la propiedad conmutativa de la multiplicación, es por esto que se plantea como un repaso de dicho tema. Las actividades aquí propuestas permitirán a los estudiantes no solo jugar sino también desarrollar su creatividad y obtener un aprendizaje significativo retomando el concepto mediante la asociación con material didáctico.

Para esta guía es necesario que los estudiantes tengan unos saberes previos que les permitan alcanzar los logros propuestos, por esta razón es importante que haya claridad en conceptos y procesos como multiplicación y propiedades de la multiplicación: conmutativa, distributiva, asociativa y modulativa. Por otro lado, es importante que los estudiantes tengan claro la ubicación de fila y de columna en una tabla.

Sobre las tareas

La guía se compone de tres tareas y una evaluación: la tarea 1 invita a los estudiantes a pasar de lo abstracto a lo concreto, la tarea 2 se enfoca en hacer una representación de dos formas diferentes de una situación y llegar a un mismo resultado, y la tarea 3 es un rompecabezas que se logra armar mediante cortos ejercicios orientados a hallar una imagen oculta relacionada con el tema.

El grupo se organiza en equipos de cuatro estudiantes. Antes de iniciar con las tareas el docente indaga en los estudiantes sobre sus conocimientos respecto al tema mediante preguntas como:

1. ¿Saben ustedes si la multiplicación tiene propiedades?
2. ¿Cuáles son las propiedades de la multiplicación?
3. ¿Qué plantea la propiedad conmutativa de la multiplicación?
4. En la multiplicación ¿cuáles son los factores?

Orientaciones didácticas

El rompecabezas es la actividad que compone la **guía del estudiante** ya que los materiales y las demás actividades están explicadas en la guía del docente y se desarrollan con dos anexos relacionados allí.



Para cada equipo (conformado por cuatro estudiantes)

- 30 cubos de madera de 2,3 cm de arista.
- 2 copias en cartulina del anexo 1.
- 1 copia del anexo 2.
- 1 copia impresa lado por lado de la plantilla del rompecabezas.
- 1 copia en cartulina de la guía del estudiante parte 2.
- Cinta para fijar las piezas del rompecabezas.

Para cada estudiante

- 15 dados.
- Copia de la guía «Lo que aprendiste».

Lo que comprenderás

- Usarás diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver situaciones multiplicativas.
- Resolverás situaciones problemáticas teniendo en cuenta las propiedades de la multiplicación.
- Reconocerás algunas propiedades de la multiplicación en diferentes situaciones.

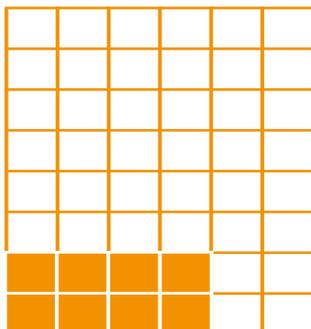
Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. ° 1: multiplicando con cubos

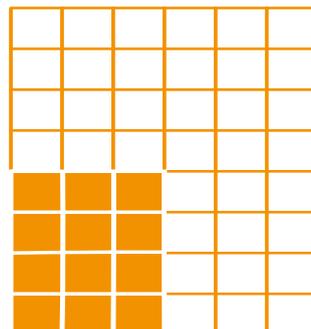
Con el desarrollo de esta tarea se pretende que los estudiantes hallen dos formas diferentes de representar una situación multiplicativa aplicando la propiedad conmutativa mediante el uso de cubos de madera que les permitirán, de manera práctica, visualizar la aplicación de la propiedad. El docente le entrega a cada equipo **dos copias del anexo 1**, el cual consiste en una plantilla con filas y columnas, y 30 cubos de madera; adicionalmente, se les dará a los estudiantes diferentes situaciones partiendo de un ejemplo, luego los niños deberán dar solución a estas situaciones en la plantilla usando los cubos. El equipo que halle la solución primero se le otorga un punto.

Ejemplo: para la realización de este ejemplo el docente usa las plantillas y los cubos y hace la siguiente pregunta: ¿cuáles son las formas en las que puedo representar el producto de 2 por 4?

Cuadrícula 1



Cuadrícula 2



Como se muestra en la situación anterior en la cuadrícula 1, dos es el número de filas y cuatro es la cantidad de columnas.

Se ubica una forma (hecha con los cubos) como se propone en la cuadrícula 1 y la otra como aparece en la 2 o viceversa. Posteriormente, se pregunta a los niños cuál es el producto de realizar esta representación; se espera que ellos concluyan que en ambas formas la respuesta es ocho. El docente debe realizar la representación del algoritmo en el tablero de cada una de las gráficas: $2 \times 4 = 8$ o $4 \times 2 = 8$.

Situaciones

Posterior al ejemplo, el docente propone las siguientes situaciones para que los niños las representen en la cuadrícula, la idea es que, a manera de competencia, logren llegar a la respuesta encontrando el resultado; voluntariamente sale un niño al tablero a realizar el algoritmo. Las situaciones deben ir escritas una a una en el tablero.

1. ¿De cuántas formas puedo representar en la cuadrícula el producto de 6 por 4?
2. En el salón de clase hay cuatro filas con cinco niños cada una, la profesora organiza el grupo con cinco filas de a cuatro niños. Representa ambas situaciones en la cuadrícula.
3. ¿De cuántas formas puedo representar en la cuadrícula el producto de 5 por 6?
4. ¿De cuántas formas puedo representar en la cuadrícula el producto de 2 por 6?

Tarea N. ° 2: revolviendo números

En esta tarea se continuará repasando la propiedad conmutativa de la multiplicación mediante un juego con dados cuyas instrucciones se encuentran en dos tablas: cada una contiene cinco columnas donde cuatro de ellas hacen referencia al número de filas, dados, puntos en la cara del dado y total; el objetivo es que los estudiantes hagan la representación utilizando los dados y siguiendo las orientaciones escritas en la tabla, así: el número en la columna «fila» es el número de filas que deben formarse con los dados y el número en la columna «dados» indica la cantidad de dados por fila.

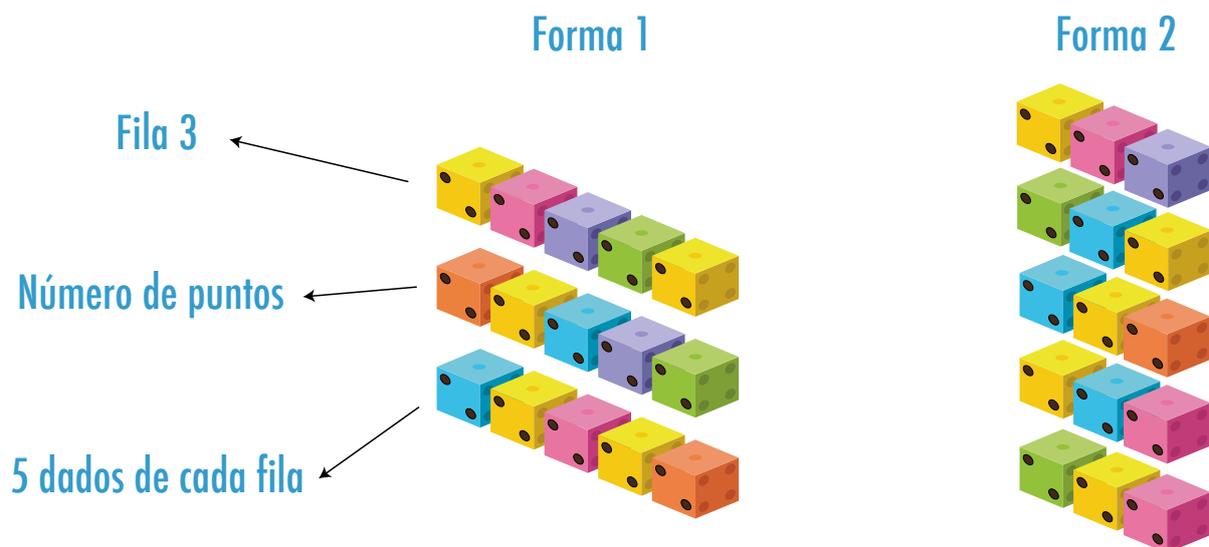
Adicionalmente, se les pide a los estudiantes que propongan otras formas de representación con los números ya mencionados. Se consideran los mismos tres números para hacer diferentes representaciones ubicándolos en diferentes posiciones en la tabla para que los niños puedan establecer la teoría de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Para la ejecución de lo planteado el docente entrega a cada equipo una copia del anexo 2 y 30 dados. Luego de entregar los materiales realiza un ejemplo de la actividad y posteriormente los niños diligencian la tabla. A medida que los estudiantes desarrollan la actividad el docente puede realizar algunas preguntas:

- ☀ Si ubicamos los mismos números en diferentes posiciones dentro de la tabla ¿cuál sería el resultado que se obtendría?
- ☀ ¿Pueden encontrar otras formas de ubicar los mismos números dentro de la tabla? ¿Cuál sería el resultado de este nuevo orden?
- ☀ Si realizamos el mismo ejercicio con otros números diferentes ¿podrás encontrar diferentes formas de representación utilizando los mismos números? ¿El resultado de la multiplicación sería el mismo o cambia? ¿Por qué se obtiene ese resultado al multiplicar de diferentes formas los mismos tres números?

Ejemplo:

Formas	Filas	Dados	Puntos en la cara del dado	Total
Forma 1	3	5	2	30
Forma 2	5	3	2	30



Luego de que el docente represente el ejemplo se inicia el juego.

Con esta actividad los niños podrán identificar que existen diferentes formas de ordenar un grupo de números y lograr encontrar el mismo resultado. A continuación, se plantean las diferentes respuestas que pueden hallar los estudiantes.

Solución de las tablas:

Formas	Filas	Dados	Puntos en la cara del dado	Total
Forma 1	2	4	3	24
Forma 2	3	2	4	24
Forma 3	4	2	3	24
Forma 4	3	4	2	24
Forma 5	4	3	2	24
Forma 6	2	3	4	24

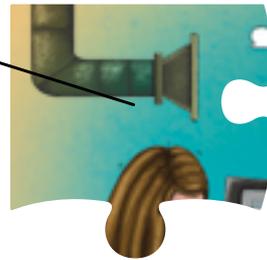
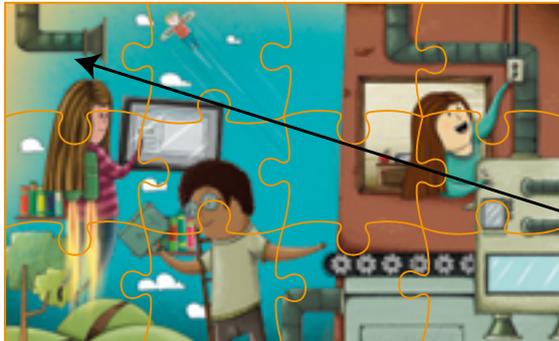
Formas	Filas	Dados	Puntos en la cara del dado	Total
Forma 1	2	5	3	30
Forma 2	5	3	2	30
Forma 3	3	2	5	30
Forma 4	5	2	3	30
Forma 5	3	5	2	30
Forma 6	2	3	5	30

Tarea N. ° 3: Rompecocos

Esta tarea es un rompecabezas que se arma dando solución a diferentes situaciones planteadas en cada una de las fichas, es decir, el docente entrega a cada equipo una copia de la **guía del estudiante** previamente recortada y empaquetada en una bolsa; los niños deberán armar el rompecabezas relacionando la situación que encuentran en la parte de atrás de cada ficha y colocándola en el espacio que tenga la respuesta correcta en la plantilla donde el rompecabezas será armado.

Los rompecabezas son buenos y útiles porque ayudan al desarrollo de la memoria, estimulan la coordinación ojo - mano, ayudan a potenciar la capacidad para enfrentar y solucionar problemas, fortalecen el trabajo y la agilidad mental, la memoria, la imaginación, la creatividad, la concentración; y refuerzan nociones espaciales.

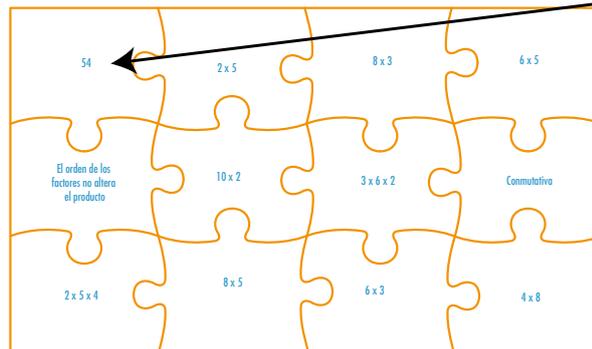
Ejemplo:



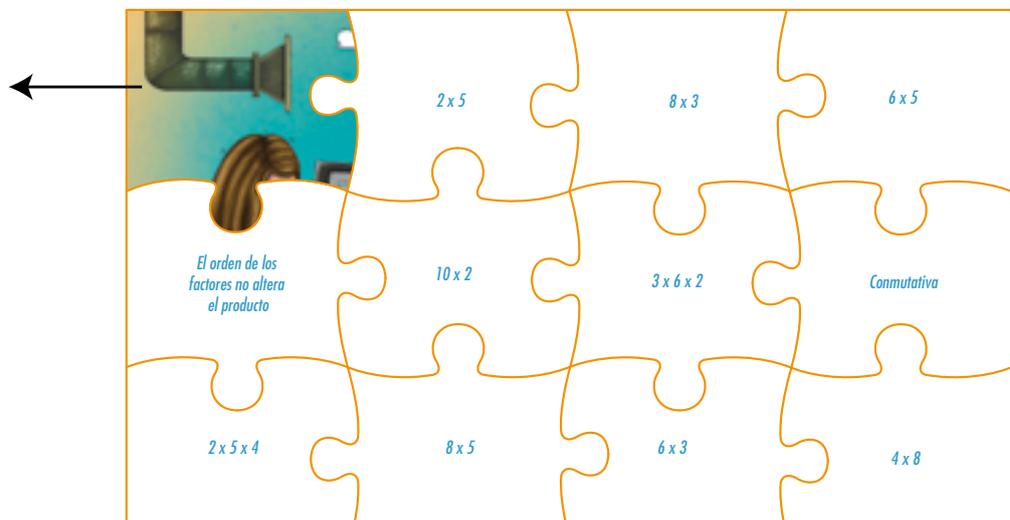
Ficha por la parte de atrás

Respuesta correcta

Hay 9 bolsas con 6 naranjas cada una



Ficha puesta sobre la plantilla en el lugar de la respuesta a la situación



Situaciones del rompecabezas

A continuación, se relaciona una tabla con las respuestas del rompecabezas.

Atras	Plantilla
Otra forma de hallar el producto de 5×6	6×5
Dos números que multiplicados den 24	8×3
Un número que multiplicado por 3 me dé 30	10
Hay nueve bolsas con seis naranjas cada una, ¿cuántas naranjas tengo?	54
Propiedad de la multiplicación	Conmutativa
Propiedad conmutativa	El orden de los factores no altera el producto
Otra forma de multiplicar $2 \times 3 \times 6$	$3 \times 6 \times 2$
Dos números multiplicados que sean igual al producto de 4×5	10×2
Hay ocho casas y en cada una cuatro habitaciones. ¿El total de habitaciones es de?	4×8
Dos números que multiplicados den 18	6×3
En una fiesta hay ocho niños y cada uno recibirá cinco confites	8×5
El producto de $4 \times 5 \times 2$	$2 \times 5 \times 4$

Lo que aprendiste

1. Son propiedades de la multiplicación:

- A. Asociativa y conmutativa.
- B. Suma y resta.
- C. Multiplicación y división.
- D. Paralela.

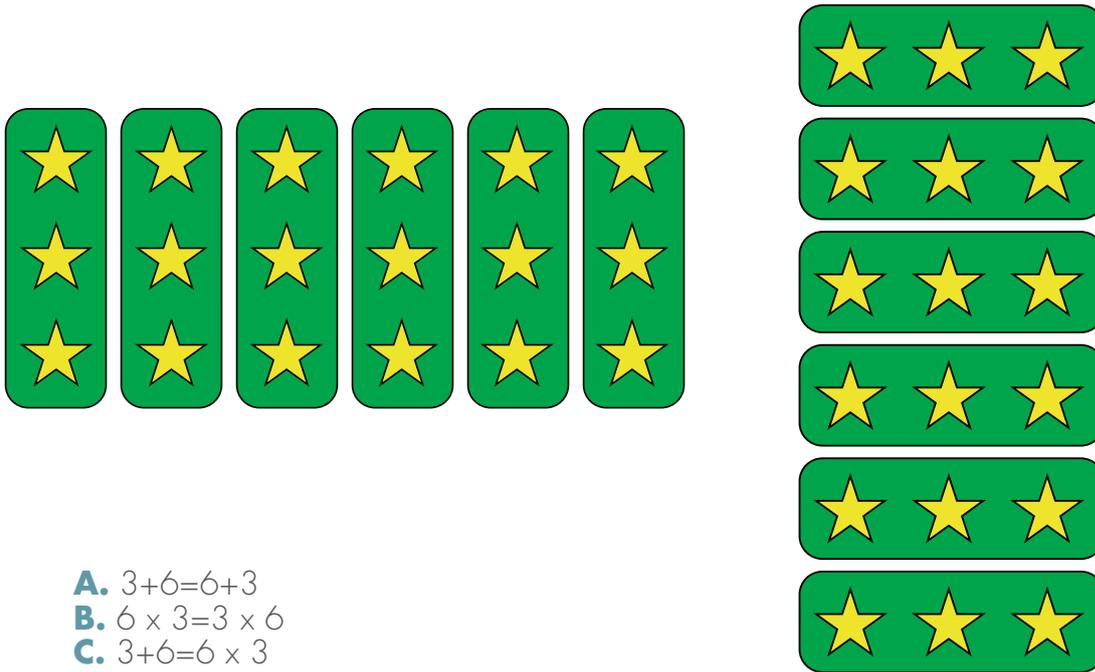
2. «El orden de los factores no altera el producto» es la teoría que plantea la propiedad:

- A. Modulativa.
- B. Sumativa.
- C. Conmutativa.
- D. Disociativa.

3. En la ciudad hay dos edificios: el edificio uno que tiene 12 pisos y cada piso tiene 6 apartamentos; y el edificio dos que tiene 6 pisos y cada piso tiene 12 apartamentos, el ejercicio que me permite saber el total de apartamentos en cada edificio es:

- A. $2 + (12 \times 6)$
- B. $2 \cdot (12 + 6)$
- C. $2 + 6 = 6 + 12$
- D. $12 \times 6 = 6 \times 12$

4. Necesitas saber cuántas estrellas hay en total en cada rectángulo y para resolver la situación ¿qué opción escoges?



- A. $3+6=6+3$
- B. $6 \times 3=3 \times 6$
- C. $3+6=6 \times 3$
- D. $3 \times 6=6+3$

5. Para hallar el producto de 15×3 aplicando la propiedad conmutativa la opción correcta es:

- A. $15 \times 3=3 \times 15$
- B. $3+15=15+3$
- C. $3 \times 15=15+3$
- D. $3+15=15 \times 3$

Referencias

- ☀ Chizner Ramos, J. A., Romero Roa, J. J., Acosta Maecha, M. L. & Joya Vega, A. R. (2006). Amigos de las matemáticas 5°. Bogotá: Santillana.

Anexo 1 - plantilla

Anexo 2 - Tabla de registro

Tabla 1

Formas	Filas	Dados	Puntos en la cara del dado	Total
Forma 1	2	4	3	
Forma 2	3	2	4	
Forma 3	4	2	3	
Forma 4				
Forma 5				
Forma 6				

Tabla 2

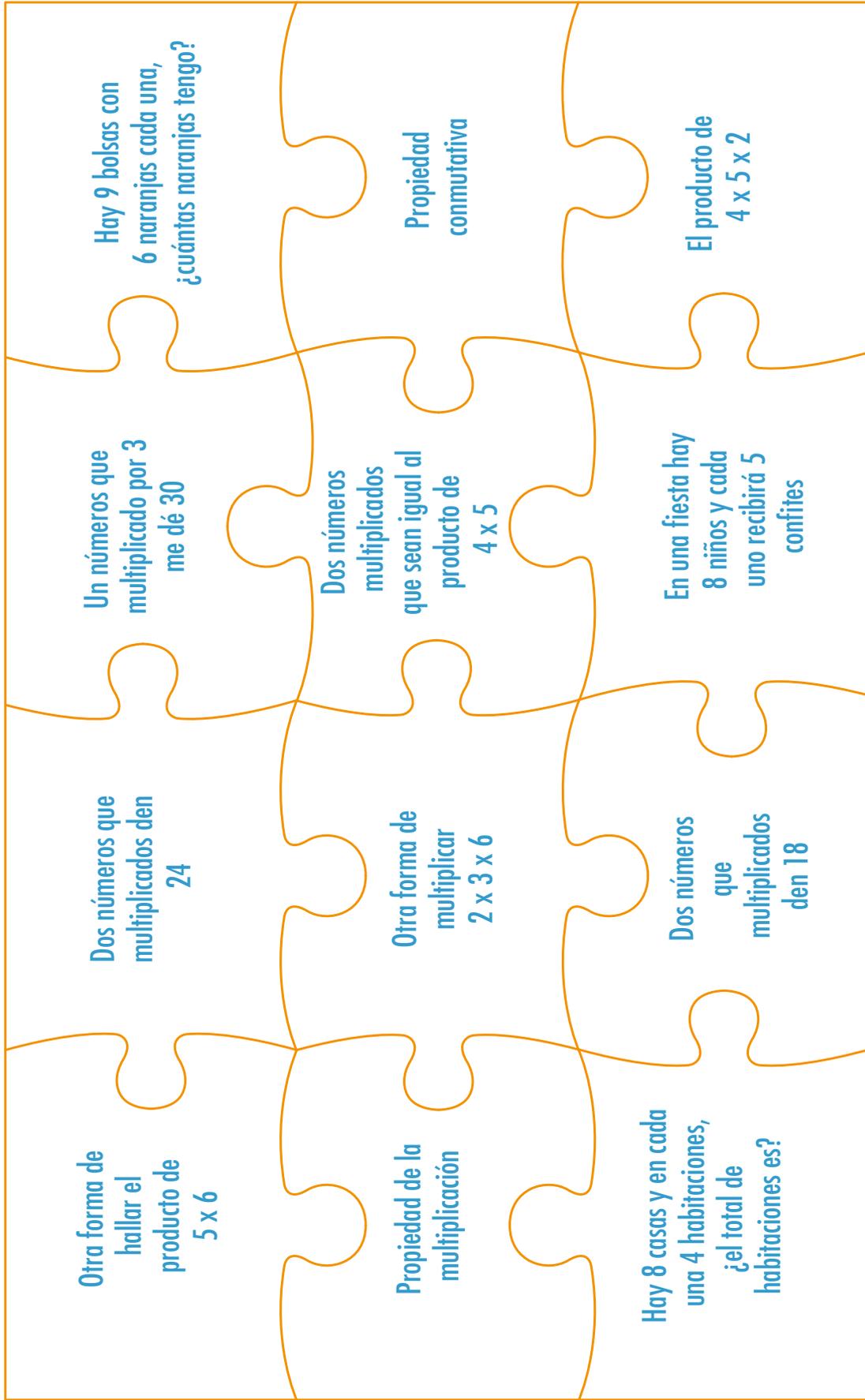
Formas	Filas	Dados	Puntos en la cara del dado	Total
Forma 1	2	5	3	
Forma 2	5	3	2	
Forma 3	3	2	5	
Forma 4				
Forma 5				
Forma 6				



ROMPECOCOS MULTIPLICATIVO

Guía del estudiante - Rompecabezas







ROMPECOCOS MULTIPLICATIVO

Guía del estudiante - Rompecabezas

54

El orden de los factores no altera el producto

2 x 5

2 x 5 x 4

10 x 2

8 x 5

8 x 3

3 x 6 x 2

6 x 3

6 x 5

Commutativa

4 x 8



Guía para el docente

Jáder Sneider Serna Martínez | Luis Bernardo Rendón Marulanda
Yasiris Pino Mosquera | Ancizar Álvarez Garcés

Institución Educativa Orlando Velásquez Arango
Municipio de Venencia, corregimiento de Bolombolo, Antioquia.

Ficha informativa

Estándar	Utilizará números racionales en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales y porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
Pensamiento	Pensamiento numérico.
Grado	Séptimo.
Logro	Identifica las estructuras del sistema de los números racionales.

La guía propone el trabajo con la propiedad de densidad de los números racionales que nos dice que «entre un número racional y otro número racional existen infinitos números racionales».

Esta propiedad es tratada someramente en la enseñanza de dichos números y muchas veces en el tratamiento de esta los estudiantes tienden a generalizar propiedades de los números naturales con los números racionales; esta guía permite cambiar ideas que tienen los estudiantes y reconstruir propiedades que son específicas del conjunto numérico racional mediante la aplicación de tres tareas.

Con la guía se **podrán** desarrollar conceptos como: números racionales (fraccionarios y decimales), operaciones básicas; además, de escribir en diferentes representaciones y cantidades numéricas, ver el número racional como partidor y como operador. Con este trabajo se logra que cada estudiante construya el significado de la divisibilidad de un número que siempre podrá ser dividido una vez más.

Sobre las tareas

Para la realización del taller se recomienda organizar el grupo en subgrupos de cuatro estudiantes. Todas las instrucciones aparecerán en la **guía del estudiante**, teniendo en cuenta que serán dirigidas por el docente buscando que los jóvenes tengan la misma secuencia e indicaciones.

Orientaciones didácticas

En la presente guía se le proporciona al docente los parámetros y los conocimientos básicos para ejecutarla en el aula de clase, de igual forma se le recomienda leer y estudiar detenidamente la **guía del estudiante** para que las actividades sean más enriquecedoras.

Para motivar a los estudiantes se da inicio a la guía con el cuento «**Qué pasa con las migas de pan**», una lectura en conjunto que se hará con todos los estudiantes en el aula de clase. Los interrogantes que aparecen al final de la lectura son herramientas para la socialización y la reflexión, dejando que los estudiantes den respuestas de forma creativa y puedan construir las mejores definiciones relacionadas con el tema

"Qué pasa con las migas de pan"

Mi padre llegó a casa con un pan francés fresco al terminar su jornada laboral; desde que cruzó la puerta el olor invadió toda la casa y esto me antojó de probar ese rico pan. Al llegar a la cocina encontré el pan en el mesón, tomé un pedazo y corrí hacia mi cuarto para comerlo a escondidas, de sorpresa cuando estaba a punto de comerlo, el perro me miró con cara de antojo y le di un pedazo, luego pude ver como el gato le arrancó un pedazo de su hocico y corrió hacia el tejado pegando un brinco por la ventana donde el ratón lo esperaba para robarle un trozo de ese pan.



Cuento creado por:

Jáder Sneider Serna Martínez, Luis Bernardo Rendón Marulanda, Yasiris Pino Mosquera, Ancízar Álvarez Garcés

El ratón corrió a su guarida con el botín, lo dejó en su banco de reservas y salió en búsqueda de más comida. La cucaracha sabiendo donde guardaba el ratón el tesoro tomó con sus patas delanteras un pedacito del pan y en su huida tropezó y su pedacito se deshizo un poco, pero hábilmente se levantó y siguió su camino. Una hormiga que pasaba por allí tomó una de las harinas y como se encontraba próximo el tiempo de invierno la llevó a su hormiguero e invitó a todas sus hermanas a recoger otra cantidad de harinas que quedaron, quienes fueron y vinieron muchas veces. **Fin.**

Finalizada la lectura el docente inicia el debate con las siguientes preguntas: ¿Cuáles individuos comieron del pan? ¿Cuántas veces fueron y vinieron las hormigas? ¿Cuántas hormigas pudieron alimentarse de las harinas? ¿Cuántas harinas tiene el pan?

Se sugiere que el docente lleve un pan donde pueda ilustrar las particiones o porciones tomadas por cada individuo según la historia.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. °1: leyendo aprendo

Se recomienda trabajar esta tarea por medio de la lectura «Una mirada al infinito» o de la presentación del video que se encuentra en <https://www.youtube.com/watch?v=OyqZlwJpM2c>

El propósito de la tarea consiste en hacer una reflexión sobre la vieja historia de Aquiles y la tortuga.

"Una mirada al infinito"

Desde la antigüedad el hombre se ha cuestionado sobre cosas, actos y hechos, entre ellos el fin de los números y más aún poder imaginar que entre un número y el siguiente a este puedan existir infinitos números; muestra de estos interrogantes se pueden observar en una de las paradojas de Zenón: Aquiles y la tortuga, la cual relata una competencia entre los involucrados; Aquiles, llamado «el de los pies ligeros» y el más hábil guerrero de los aqueos, decide salir a competir en una carrera contra una tortuga. Ya que corre mucho más rápido que ella y seguro de sus posibilidades, le da una gran ventaja inicial. Al darse la salida, Aquiles recorre en poco tiempo la distancia que los separaba inicialmente, pero al llegar allí descubre que la tortuga ya no está, sino que esta ha avanzado más lentamente un pequeño trecho. Sin desanimarse sigue corriendo, pero al llegar de nuevo donde estaba la tortuga esta ha avanzado un poco más. Y continúa así su persecución, cuando Aquiles llega nuevamente donde estaba la tortuga, ya esta no está allí.

Finalizando el relato el docente realiza la siguiente pregunta a los estudiantes y los invita a argumentar y a discutir sus respuestas: ¿alcanzará Aquiles a la tortuga?

Tarea N. °2: Ctrl X + Ctrl V

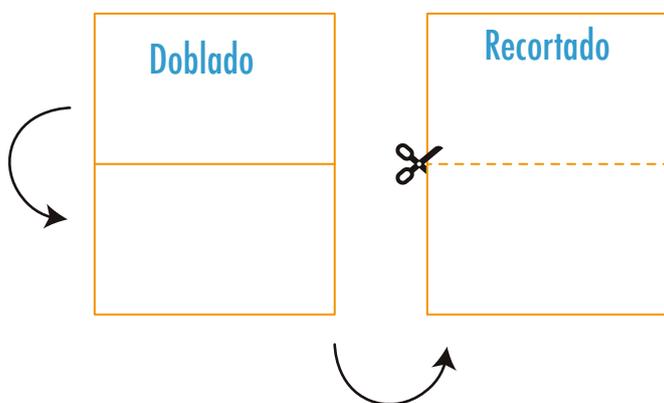
En esta actividad los estudiantes construirán el concepto de densidad a partir del recorte y del pegado de una hoja de papel y para esto se les invita a seguir las instrucciones que están en la guía. Considerando la cantidad de orientaciones es pertinente que el docente vaya realizando el mismo proceso con los estudiantes y debe ponerse enfrente de ellos con el material que se ha entregado y dar una a una las instrucciones a su vez que las va ejecutando.

Instrucciones de la tarea

Para esta actividad los estudiantes y el docente tendrán dos hojas: una para recortar y otra para pegar.

1. Toma una hoja de papel bond (hoja de block) a la que llamaremos **hoja de cortar**, de tal manera que el lado de menor dimensión o medida esté ubicado en la parte superior e inferior (arriba y abajo).

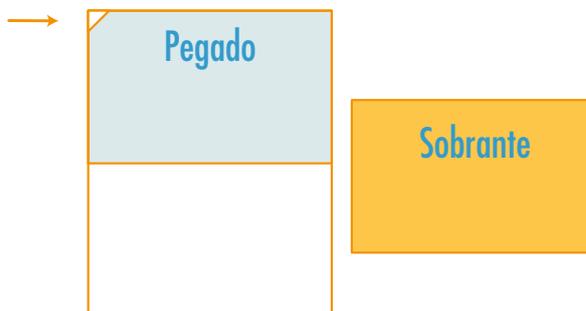
Hoja de cortar



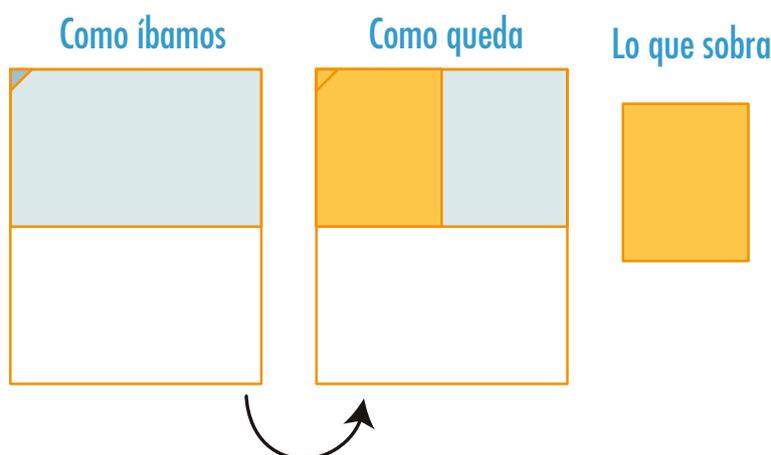
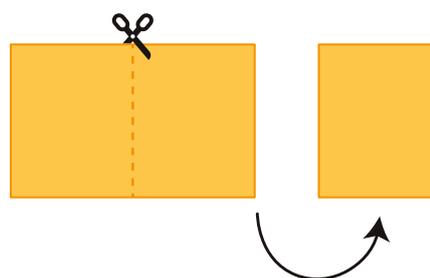
2. Dobra la **hoja de cortar** a la mitad (uniendo los lados de menores dimensiones) y luego recorta de manera que te queden dos mitades.

3. Pega una de las mitades de la **hoja de cortar** sobre la hoja de pegar (se recomienda que el pegado sea solo de una de las puntas de la hoja, siempre pegándolo en el extremo superior izquierdo de la **hoja de pegar**), es necesario que se evidencie que esta parte representa la mitad de la unidad (en este caso se debe pegar de forma horizontal como lo muestra la siguiente figura).

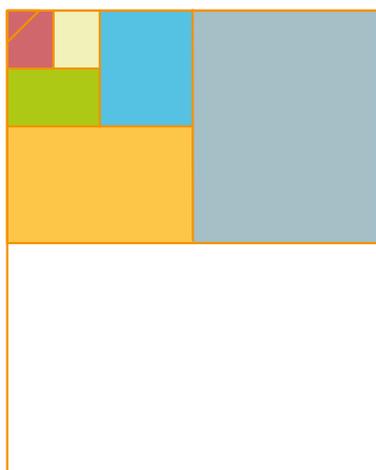
Pega aquí una parte de la hoja de cortar sobre la hoja de pegar



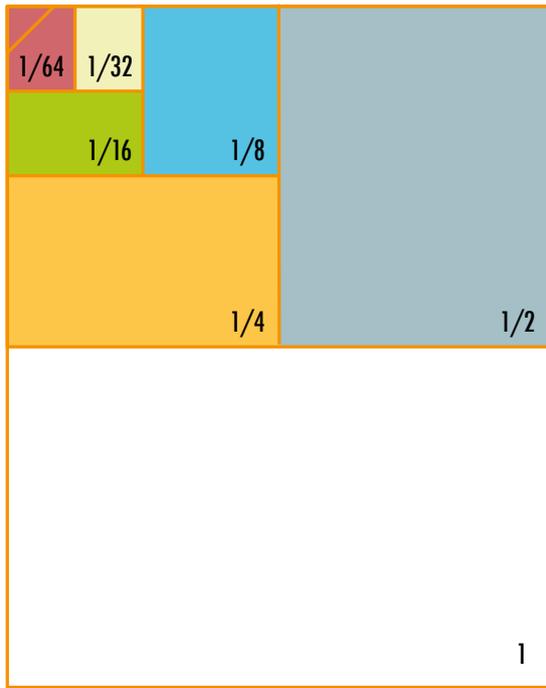
4. Toma la mitad que no pegaste de la **hoja de cortar** y repite el proceso 2 y 3, teniendo en cuenta que la mitad que debes pegar lo harás en esta ocasión de forma vertical en la mitad que ya habías pegado, sobreponiéndola



5. Toma la mitad que no pegaste de la **hoja de cortar** y repite el proceso 2, 3 y 4 una y otra vez (de manera que los pegados sean de forma intercalada, horizontal y vertical; se debe tener especial cuidado pues de esto depende el éxito de la actividad) hasta que las mitades sobrantes no puedan ser más recortadas; obteniendo algo similar a la siguiente figura.



6. Cuando no puedas recortar más, toma tu lápiz e inicia a marcar numéricamente las partes que representan estas mitades con respecto a la hoja de pegar, dando respuesta a cuántas veces cabe cada fracción en la unidad (se espera que el estudiante escriba las partes: 1, $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$, $1/64$, $1/128$, $1/256$...).



El docente debe recomendar que dicha numeración se haga en el extremo inferior derecho de cada hoja o porción de hoja. Así, como lo muestra la imagen. La actividad continua con las siguientes preguntas orientadoras: ¿qué pasó con el denominador? ¿Qué ocurre con el tamaño de la hoja? (se espera que el estudiante llegue a la conclusión que **la relación entre el tamaño de la hoja y el denominador que representa dicha porción es inversa: la hoja se hace cada vez más pequeña y el denominador cada vez más grande**).

¿Cuántas fracciones podemos obtener al partir la hoja de cortar? (el docente debe orientar que el corte está limitado por nuestros utensilios, pero si tuviéramos otros con más precisión se podría partir más. Se espera que el estudiante llegue a la conclusión que **la hoja puede ser partida infinitas veces**).

Para finalizar el docente pide a los estudiantes que coloren de diferentes colores cada recuadro de las mitades cortadas. Esta parte de la actividad es opcional.

Se sugiere al docente motivar la actividad del recorte proponiendo un concurso para reconocer al estudiante que logre la porción más pequeña, esto con el fin de que el estudiante muestre mayor interés y así evitar que la actividad se vuelva monótona.

Tarea N.º 3: completa y responde

El propósito es lograr que el estudiante compare los datos obtenidos en la tarea N.º 2 y los relacione con los datos obtenidos en la tabla de esta tarea.

El docente orientará a los estudiantes para que sigan las instrucciones de la guía. Se espera que los estudiantes llenen la tabla como aparece en la imagen.

÷	2	Expresión decimal
1	1/2	0.5
1/2	1/4	0.25
1/4	1/8	0.125
1/8	1/16	0.0625
1/16	1/32	0.03125
1/32	1/64	0.015625
1/64	1/128	0.0078125

Luego de finalizar la tabla los estudiantes comparan los resultados de la tarea N. 2 (Ctrl X + Ctrl V) con los obtenidos en la columna número dos de la tabla. El docente orienta la actividad con las siguientes preguntas: ¿son estos iguales? ¿Qué relación encontraste? ¿Qué pasa con los resultados de la columna tres? El profesor comenzará una discusión en torno a estas preguntas (se espera que las respuestas sean: los valores son iguales y, en ambas actividades se divide siempre entre dos, que los números se hacen cada vez más pequeños).

Para finalizar el docente plantea una reflexión con varias preguntas, una de ellas podría ser: ¿qué pasa si en lugar de cortar en dos partes iguales lo hacemos en tres, en cuatro, en cinco...? Con esta pregunta se pretende reflexionar sobre si siempre es posible hacer la división y, por consiguiente, siempre habrá otro número racional esperando ser encontrado. También, se enfatiza en que «la cantidad de elementos existentes dentro de un intervalo es infinita».

Referencias

- **Broitman, C. Itzcovich, H. Quaranta, M. E. (2003).** *La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad.* *Revista Latinoamericana de Investigación Matemática Educativa*, volumen 6 (1) 5-26. Recuperado de Dianet.
- **Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991).** *El Aprendizaje de las matemáticas.* Barcelona, España: Editorial Labor S. A.
- **Muzás Sorando, J. M. (s.f).** *La paradoja de Zenón: Aquiles y la tortuga* [Web log post]. Recuperado de http://catedu.es/matemáticas_mundo/HISTORIA/historia_Zenon.htm
- **Obando Zapata, G., Vanegas Vasco, M. D., & Vásquez Lasprilla, N. L. (2006).** *Módulo 1: Pensamiento numérico y sistemas numéricos.* Medellín, Colombia: Editorial Artes y Letras Ltda.



Guía del estudiante

"Qué pasa con las migas de pan"

Mi padre llegó a casa con un pan francés fresco al terminar su jornada laboral; desde que cruzó la puerta el olor invadió toda la casa y esto me antojó de probar ese rico pan. Al llegar a la cocina encontré el pan en el mesón, tomé un pedazo y corrí hacia mi cuarto para comerlo a escondidas, de sorpresa cuando estaba a punto de comerlo, el perro me miró con cara de antojo y le di un pedazo, luego pude ver como el gato le arrancó un pedazo de su hocico y corrió hacia el tejado pegando un brinco por la ventana donde el ratón lo esperaba para robarle un trozo de ese pan.



Cuento creado por:

Jáder Sneider Serna Martínez, Luis Bernardo Rendón Marulanda, Yasiris Pino Mosquera, Ancízar Álvarez Garcés

El ratón corrió a su guarida con el botín, lo dejó en su banco de reservas y salió en búsqueda de más comida. La cucaracha sabiendo donde guardaba el ratón el tesoro tomó con sus patas delanteras un pedacito del pan y en su huida tropezó y su pedacito se deshizo un poco, pero hábilmente se levantó y siguió su camino. Una hormiga que pasaba por allí tomó una de las harinas y como se encontraba próximo el tiempo de invierno la llevó a su hormiguero e invitó a todas sus hermanas a recoger otra cantidad de harinas que quedaron, quienes fueron y vinieron muchas veces. **Fin.**

Lo que comprenderás

- Reconocerás la existencia de la densidad en los números racionales identificando el infinito que hay en la partición de una unidad y en la división de cualquier número.
- Utilizarás números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes), mediante situaciones como la comparación de representaciones.



Por estudiante:

- Dos hojas de papel bond.
- Tijeras.
- Lápiz.
- Pegante (colbón).
- Colores.
- Calculadora.

Lo que debes Explorar y Experimentar

Tarea N. °1: leyendo aprendo

Lee la paradoja de Aquiles y la tortuga; luego socializa la lectura con tus compañeros de grupo.

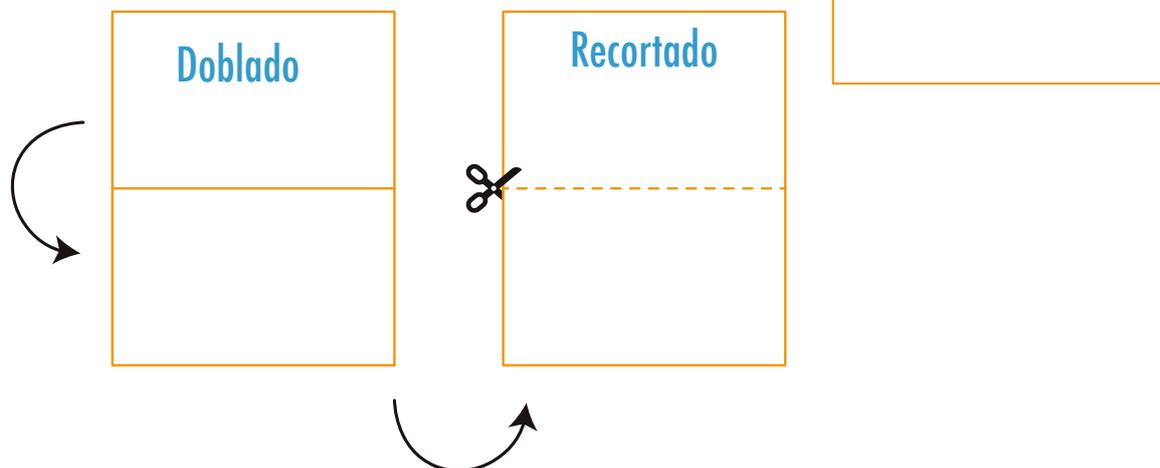
"Una mirada al infinito"

Desde la antigüedad el hombre se ha cuestionado sobre cosas, actos y hechos, entre ellos el fin de los números y más aún poder imaginar que entre un número y el siguiente a este puedan existir infinitos números; muestra de estos interrogantes se pueden observar en una de las paradojas de Zenón: Aquiles y la tortuga, la cual relata una competencia entre los involucrados; Aquiles, llamado «el de los pies ligeros» y el más hábil guerrero de los aqueos, decide salir a competir en una carrera contra una tortuga. Ya que corre mucho más rápido que ella y seguro de sus posibilidades, le da una gran ventaja inicial. Al darse la salida, Aquiles recorre en poco tiempo la distancia que los separaba inicialmente, pero al llegar allí descubre que la tortuga ya no está sino que esta ha avanzado más lentamente un pequeño trecho. Sin desanimarse sigue corriendo, pero al llegar de nuevo donde estaba la tortuga esta ha avanzado un poco más. Y continúa así su persecución, cuando Aquiles llega nuevamente donde estaba la tortuga, ya esta no está allí. ¿Alcanzará Aquiles a la tortuga? argumenta tu respuesta.

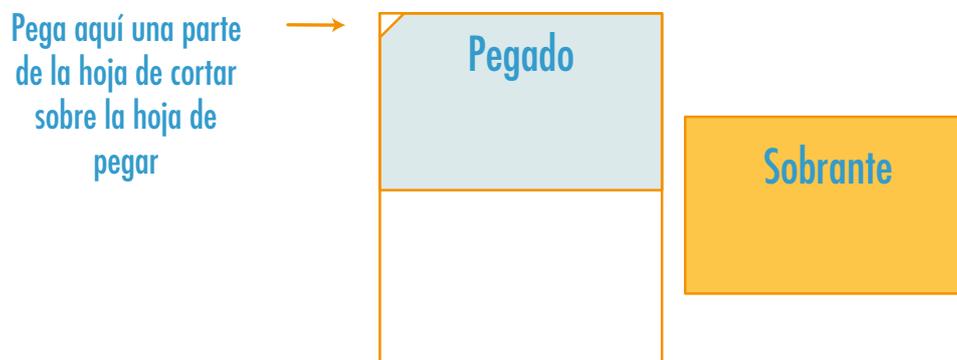
Tarea N. ° 2: Ctrl X + Ctrl V

Te invitamos a seguir los siguientes pasos para el desarrollo de la actividad; te recomendamos ser muy creativo y dinámico en el proceso. Para esta tarea tendremos dos hojas: una para recortar y otra para pegar.

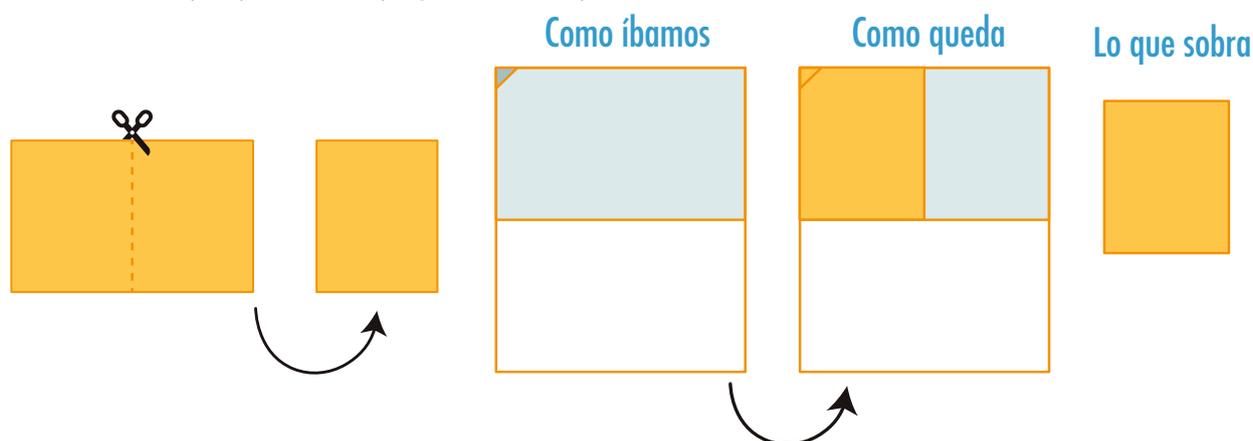
1. Toma una hoja de papel bond (hoja de block) a la que llamaremos **hoja de cortar**, de tal manera que el lado de menor dimensión o medida esté ubicado en la parte superior e inferior (arriba y abajo)¹
2. Dobra la **hoja de cortar** a la mitad (uniendo los lados de menores dimensiones) y luego recorta de manera que te queden dos mitades.



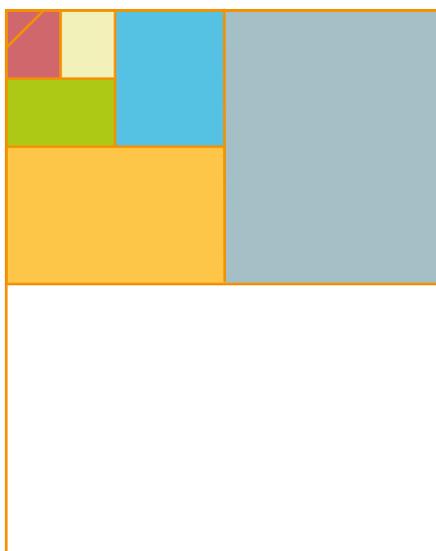
3. Pega una de las mitades de la **hoja de cortar** sobre la **hoja de pegar** (se recomienda que el pegado sea solo de una de las puntas de la hoja, siempre pegándolo en el extremo superior izquierdo de la hoja de pegar); es necesario que se evidencie que esta parte representa la mitad de la unidad (en este caso se debe pegar de forma horizontal como lo muestra la siguiente figura).

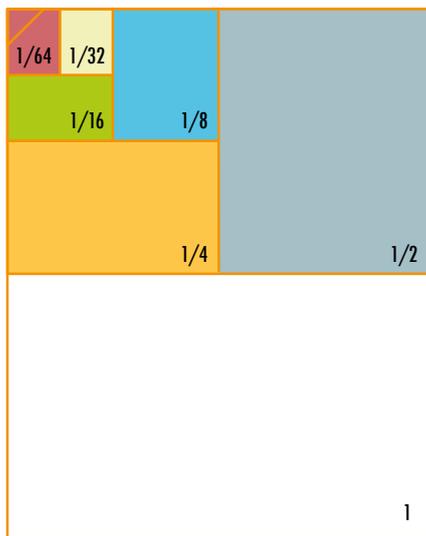


4. Toma la mitad que no pegaste de la **hoja de cortar** y repite el proceso 2 y 3, teniendo en cuenta que la mitad que debes pegar ahora la pegarás de forma vertical en la mitad que ya habías pegado, sobreponiéndola.



5. Toma la mitad que no pegaste de la **hoja de cortar** y repite el proceso 2, 3 y 4 una y otra vez (de manera que los pegados sean de forma intercalada, horizontal y vertical; se debe tener especial cuidado pues de este depende el éxito de la actividad) hasta que las mitades sobrantes no puedan ser más recortadas; obteniendo algo similar a la siguiente figura.





6. Cuando no puedas recortar más, toma tu lápiz e inicia a marcar numéricamente las partes que representan estas mitades con respecto a la hoja de pegar dando respuesta a cuántas veces cabe cada fracción en la unidad.

Ahora responde:

1. ¿Qué pasó con el denominador?

2. ¿Qué ocurre con el tamaño de la hoja?

3. ¿Cuántas fracciones podemos obtener al partir la hoja de cortar?

¡Ahora, pongamos vida al trabajo! Colorea cada parte de las hojas que recortaste.

Tarea N. °3: completa y responde

Completa la tabla siguiendo las indicaciones que a continuación se presentan:

1. Para completar la segunda columna de la tabla debes iniciar dividiendo el número 1 entre el número 2, es decir ($1 \div 2$), obteniendo de esta forma el primer término de la segunda columna, el cual, a su vez, será el segundo término de la primera columna. Los resultados obtenidos en estas divisiones deben ser escritos en forma fraccionaria para la primera y segunda columna.
2. Para continuar, debes tener en cuenta que la primera columna debe ser llenada con los resultados obtenidos inmediatamente anteriores de la segunda columna (como se muestra en la tabla), y recuerda siempre dividir entre dos.
3. Luego realiza con la ayuda de la calculadora la conversión decimal de los datos obtenidos en la segunda columna y estos serán los datos con los cuales se completa la tercera columna.

\div	2	Expresión decimal
1	$\frac{1}{2}$	0.5
$\frac{1}{2}$		

Ahora, compara los resultados obtenidos en la **tarea N. ° 2 Ctrl X + Ctrl V** con los obtenidos en la columna número dos de la tabla y responde:

☀ **¿Son estos iguales?**

☀ **¿Qué relación encontraste?**

☀ **¿Qué pasa con los resultados de la columna tres?**

☀ **¿Qué pasa si en lugar de cortar en dos partes iguales lo hacemos en tres, en cuatro, en cinco, etc.?**

Lo que aprendiste

Responde las preguntas teniendo presente la siguiente situación.

Juan, Ana, Carlos y Mateo son un grupo de amigos de la Institución Educativa Orlando Velásquez quienes decidieron reunirse en las horas de la tarde en la casa de uno de ellos para compartir una torta y saben que:

Juan consume $\frac{3}{8}$ de la torta, Ana consume $\frac{1}{6}$ de la torta, Carlos consume $\frac{1}{4}$ de la torta y finalmente Mateo consume $\frac{1}{12}$ de la torta.

1. ¿Cuál de los amigos consumió la mayor cantidad de torta?
 - A. Juan.
 - B. Ana.
 - C. Carlos.
 - D. Mateo.

2. ¿Qué cantidad de torta quedó sin consumir?
 - A. $\frac{1}{8}$
 - B. $\frac{1}{6}$
 - C. $\frac{3}{5}$
 - D. $\frac{1}{24}$

3. ¿Qué cantidad del total de torta fue consumida por los cuatro amigos?
 - A. $\frac{7}{8}$
 - B. $\frac{23}{24}$
 - C. $\frac{2}{5}$
 - D. $\frac{5}{6}$

4. ¿Cuál de las siguientes porciones de torta se puede encontrar entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{4}$?
 - A. $\frac{1}{8}$
 - B. $\frac{1}{5}$
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. $\frac{1}{3}$

5. ¿Cuál de las siguientes porciones de torta consumida es mayor?
 - A. $\frac{3}{8}$
 - B. $\frac{1}{6}$
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. $\frac{1}{12}$

► AGRADECIMIENTOS

Dora Inés Bermúdez Lema
Shirley Andrea Ramírez Osorio

Institución Educativa San José e Institución Educativa Rural San Francisco de Asís
Municipio de Jericó

«La buena didáctica es aquella que deja que el pensamiento del otro no se interrumpa y que le permite, sin notarlo, ir tomando buena dirección» Enrique Tierno Galván.

Nuestra tarea como docentes es hacer que el conocimiento llegue a los estudiantes de una manera fácil, que le pierdan el miedo y la apatía al área de las matemáticas, razón por la cual nos vimos motivadas por el programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** puesto que nos demostró que de una manera práctica y didáctica podemos alcanzar los logros propuestos. En el programa Alianza se trabajaron diferentes guías que fueron puestas en práctica y además nos motivó a crear nuevas herramientas de trabajo, por el momento se diseñó una sola guía, pero los docentes quedamos con los instrumentos para continuar con el trabajo, ya que es algo con lo que se obtienen resultados inmediatos

Damos nuestros agradecimientos a **Sara María Velásquez López**, a **Juliana Andrea Zapata Montoya** y a **Eddy Johana Montoya Arboleda**, coordinadoras y profesional de apoyo del programa Alianza, quienes contribuyeron con la elaboración de esta guía. A los estudiantes de los grados séptimo de las instituciones San Francisco de Asís y San José con quienes se trabajó cada una de las actividades de la guía y con los que descubríamos puntos a favor y en contra para corregir. Y a nuestros rectores por facilitarnos los espacios para el aprendizaje de nuevas estrategias de enseñanza y creación de la guía.

Luis Felipe Cadavid Chica
Institución Educativa San José
Municipio de Jericó

Después de llevar varios años como docente en las áreas de Física y Matemáticas, las experiencias con estudiantes de diferentes edades me han enseñado que las divergencias e individualidades son aspectos que caracterizan al ser humano en todas sus facetas. A fin de evitar la deserción y abandono escolar, la apatía hacia el conocimiento y la falta de interés por los beneficios de la educación la escuela tradicional está llamada a replantear el paradigma de enseñanza y de aprendizaje que hoy en día persiste aún en las aulas, teniendo en cuenta que cualquier aporte que se haga para enriquecer la diferencia y el libre desarrollo será bien recibido por aquellos que hoy siguen bajo un esquema lineal y ortodoxo, un sistema que apaga aquellas luces de la curiosidad y del asombro con que todo niño nace. Precisamente, es esta preocupación la que motiva la búsqueda continua de nuevas formas y métodos para rescatar a cualquier estudiante de la desidia y mostrarle que es posible dibujar un mundo de acuerdo con ciertos ideales.

Quiero agradecer a todos los estudiantes de la Institución Educativa San José del municipio Jericó con quienes compartí diferentes experiencias y fueron mis maestros en esta bella profesión, al psicólogo **Rodrigo Arango** por contagiarme su continua preocupación por las causas mal llamadas pérdidas, al rector **Didier Alberto Vélez Velásquez** de la Institución Educativa San José quien velaba por apoyar las nuevas propuestas en favor de la

educación, a los compañeros docentes de la misma institución porque sus puntos de vista me ayudaron a dar forma a mi pensamiento y, sobre todo, a la docente **María Andrea Cardona Urrea** por el tiempo que pasamos discutiendo y debatiendo sobre diferentes puntos de vista relacionados con la educación actual. Finalmente, agradezco a la estrategia de matemáticas del programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** por brindar el apoyo continuo y pertinente para desarrollar este tipo de propuestas.

Elkin de Jesús Bermúdez Ocampo

Institución educativa rural San Francisco de Asís
Municipio de Jericó

La mayor motivación para ser parte de este proceso fue fortalecer los procesos con los estudiantes, haciendo de las clases un espacio de participación y de construcción del conocimiento; el mantenerse en el proceso ayudó a crecer profesionalmente en cada una de las actividades realizadas, aprendiendo nuevas estrategias para transmitir mis conocimientos a unos estudiantes sedientos de saberes. Las creaciones de estos contenidos toman gran importancia, pues permiten tanto a educadores como a estudiantes salir de la monotonía de las clases tradicionales que se imparten en el área de Matemáticas y el estudiante se hace partícipe en la construcción de su propio conocimiento.

Mis agradecimientos a **Sara María Velásquez López**, a **Juliana Andrea Zapata Montoya** y a **Eddy Johana Montoya Arboleda**, coordinadoras y profesional de Apoyo de la estrategia de matemáticas del programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** quienes con su acompañamiento y dedicación orientaron este proceso, a **Shirley Andrea Ramírez Osorio**, docente de la I. E. R. San Francisco de Asís de Jericó, quien me facilitó los espacios para desarrollar la guías con los estudiantes, y a los estudiantes del grado octavo por su compromiso y dedicación en el desarrollo de cada una de las actividades propuestas en la guía.

Adriana María Suárez Arango **María Teresa Araque Cuervo** **Andrés Harvey Zapata Granados**

Institución Educativa Escuela Normal Superior de Jericó
Municipio de Jericó

La presente guía es el producto de la perseverancia, la dedicación, el empeño y el interés que se le puso a la construcción de una herramienta didáctica como es la creación de contenidos para llevar al aula una estrategia de enseñanza y de aprendizaje que permita la creatividad, la imaginación, el entusiasmo, la aplicación y la transversalización de saberes específicos, facilitando la apropiación de conocimientos de una manera lúdica, disfrutando de lo que se hace y se aprende.

Nos mantuvo la novedad de producir un documento que nos facilitara la comprensión, la interpretación, la asimilación, la aprehensión y el entendimiento de aquellos conceptos matemáticos con un mediano y un alto grado de abstracción y así llegarles a los estudiantes con una herramienta novedosa creada por sus maestros con las recomendaciones adecuadas para un mejor rendimiento académico. Con la plena seguridad de que será todo un éxito, nos aferramos a la idea de crear los contenidos para reducir la tasa de pérdida en el área de Matemáticas. Es de resaltar el acompañamiento flexible del grupo de dinamizadoras que nos ofrecieron estrategias a nivel didáctico, pedagógico y del saber específico, sin ceñirnos a modelos determinados ni preestablecidos, sino dándonos la oportunidad de crear, reinventar y transformar nuestro ejercicio en el campo aplicado.

El contacto permanente con los estudiantes da lugar a leer sus necesidades, motivaciones e intereses; eso nos exige satisfacer dichas condiciones mediante la cualificación, la actualización y la mejora permanente.

Agradecemos este trabajo a **José Bernardo Vélez Villa**, rector de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Jericó, quien nos alentó y proporcionó los tiempos necesarios para prepararnos en la conceptualización y en la realización de este documento; por la comprensión en la interrupción de la jornada laboral para asistir a los procesos de formación pertinentes y atinentes al objetivo inicial. A nuestros estudiantes, fuente de inspiración de lo que ya hoy es un logro, porque creyeron en lo que hacíamos y tuvieron la paciencia cuando nos ausentábamos.

A **Sara María Velásquez López** y a **Juliana Zapata Montoya** coordinadoras de la estrategia de Matemáticas; a **Eddy Johana Montoya Arboleda**, profesional de Apoyo de la estrategia de matemáticas y a **Saúl Alejandro Hincapié**, mediador pedagógico, por su paciencia, insistencia, disposición, estímulo, confianza y comprensión para mantener el interés por la propuesta. ¡Lo lograron!

A la comunidad académica de la I.E. Escuela Normal Superior de Jericó (preescolar, básica primaria, secundaria y sedes rurales) por la valoración, la receptividad, los aportes y las sugerencias en la creación e implementación de la guía. Al CTA y a las fundaciones empresariales (Celsia, Fraternidad Medellín, Dividendo por Colombia, Nutresa y Proantioquia) que conforman el programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** por elegir a Jericó como centro cultural para cualificar la educación del municipio a través de sus maestros.

Edgar de Jesús Ospina

I. E. San Pablo

Municipio de Támesis

Me motivó a ser parte de los talleres de creación el hecho de tener la experiencia de compartir con otros profesores y el deseo de que otras personas conocieran el resultado de mi trabajo. Me mantuve en el proceso porque como docentes que somos debemos ser responsables con los compromisos adquiridos y además el deseo de ver los resultados de un proceso iniciado. Para mí es importante crear contenidos lúdicos y contextualizados porque pueden despertar el interés y la curiosidad de las personas que lean o consulten este trabajo.

Agradezco al programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad**, a **Sara María Velásquez**, coordinadora de la estrategia de matemáticas 2013 - 2015, a **Juliana Andrea Zapata**, actual coordinadora de la estrategia de matemáticas, a **Eddy Johana Montoya**, profesional de apoyo estrategia de matemáticas y al rector de la Institución Educativa San Pablo **Albeiro Cubides**.

Gloria María Guerra Gómez

Carmen Tulia Calle Sánchez

Institución Educativa San Antonio de Padua

Municipio de Támesis

El empeño y la necesidad de actualizar nuestra labor docente nos exige que encaminemos esta búsqueda de crecer y fue entonces donde encontramos un valiosísimo espacio propuesto por el programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** que nos permitió, además de innovar, experimentar y reevaluar nuestro quehacer docente, construir herramientas eficaces que enamoren a nuestros estudiantes y por consiguiente facilitar un aprendizaje grato y duradero que responda a nuestro contexto.

Agradecemos al programa Alianza por generar este espacio tan significativo para nosotras. A **Sara María Velásquez López** quien en el momento fue la coordinadora de la estrategia de matemáticas por su constante motivación y orientación en la temática de la guía; a **Juliana Andrea Zapata Montoya**, profesional de Apoyo de la estrategia de matemáticas y actual coordinadora, por el gran acompañamiento que nos brindó en el proceso de construcción y redacción de la guía; por su comprensión y flexibilidad cuando se nos presentaron inconvenientes para asistir a las asesorías. A los docentes de la básica primaria de nuestra institución por su disponibilidad, aceptación y valiosos aportes a nuestra guía.

Hilda Nora Echeverri Zapata
Carmen Lucía García Gallego
Institución Educativa José Prieto Arango
Municipio de Tarso

Asumir el reto como respuesta a una invitación que nos abrió la puerta a la innovación y al mejoramiento de nuestras prácticas en el aula fue lo que nos motivó a ser parte de estos talleres, motivación que se sostuvo durante el disfrute del proceso de creación de contenidos por el humano y profesional acompañamiento de los mediadores del programa **Alianza por la Educación con Calidad y Equidad** y por los contenidos enriquecidos de estrategias creativas, lúdicas y contextualizadas, muy relevantes en estos momentos de transformación que nos exige lo mejor de nosotras como personas y educadoras.

Queremos agradecer a **Néstor Fernando Romero Villada**, alcalde del municipio de Tarso, a **Edith Quintero Hurtado**, rectora de la I. E. José Prieto Arango, a **Juliana Andrea Zapata Montoya**, coordinadora pedagógica de la estrategia matemáticas, a **Eddy Johana Montoya Arboleda**, profesional de apoyo de la estrategia matemáticas, y a **José David López Cuervo**, mediador pedagógico de la estrategia de matemáticas 2016.

Ángela María Franco Castrillón
Centro Educativo Rural Corcovado
Municipio de Titiribí

Esta guía es el resultado de una producción realizada con mucha dedicación y perseverancia, motivada por la idea de querer mejorar la calidad de la educación implementando estrategias que conlleven a innovar los ambientes de aprendizajes. Fue diseñada con el acompañamiento y apoyo de **Eddy Johana Montoya Arboleda**, profesional de Apoyo de la estrategia de matemáticas, de **Juliana Andrea Zapata Montoya**, coordinadora de la estrategia de matemáticas, quienes me dieron la oportunidad de hacerla posible, es a ellas a quienes agradezco enormemente su valiosa colaboración.

Luis Bernardo Rendón Marulanda

Ancízar Álvarez Garcés

Yasiris Pino Mosquera

Jader Sneider Serna Martínez

I. E. Orlando Velásquez

Municipio de Venecia, corregimiento de Bolombolo

Nos motivó ingresar a la estrategia para incluir herramientas didácticas a nuestro quehacer pedagógico en búsqueda del beneficio de los estudiantes. Seguimos en el proceso al ver las propuestas que nos presentaban y como estas podían ser construidas por nosotros mismos. Les agradecemos a la **Corporación Centro de Ciencia y Tecnología de Antioquia** bajo el programa Alianza por la Educación con Calidad y Equidad y la asesoría y acompañamiento de **Sara María Velásquez** (coordinadora estrategia de matemáticas 2013 - 2015), **Juliana Andrea Zapata Montoya** (actual coordinadora estrategia de matemáticas), **Eddy Johana Montoya Arboleda** (profesional de Apoyo estrategia de matemáticas); a la institución educativa bajo la autorización del rector **Carlos Mario Villa Espinosa** y a la coordinadora **Adriana María Álvarez**, por los espacios brindados en la construcción y desarrollo de la estrategia.



Dirección Técnica:



Aliados:

